۱۸,۵

نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۷ ..... کلاس دهم ریاضی A .....

الف) $(9, n+2y) = (3n-y, -4)$

$\frac{n}{y} = -\frac{2}{3}$ ✓

$\begin{cases} 3n-y=9 \\ 2y+n=-4 \end{cases} \Rightarrow 7n=14 \Rightarrow n=2 \quad y=-3$

ب) $(-1,-3), \left(\frac{1}{n}-\frac{1}{y}, \frac{5}{n}-\frac{7}{y}\right)$

$\frac{n}{y} = \frac{-1}{-1} = \frac{1}{2}$ ✓

$\begin{cases} \frac{1}{n}-\frac{1}{y}=-1 \\ \frac{5}{n}-\frac{7}{y}=-3 \end{cases} \Rightarrow -\frac{2}{n}=4 \Rightarrow n=-\frac{1}{2} \Rightarrow y=-1$

۲

$f = \{(a, 2a), (|a+1|), (1,-2), (2, b^2)\}$

$a+1=-2 \quad a=-3$

$(-3,-6)$

$f(a)+2f(2) = 3f(1) \Rightarrow -6+2b=-4$

$b=2$ ✓

۲

$f = \{(-1, m^2-3m), (m^2+2, 4m+1), (3,3), (m+1, 4), (-1,-2), (2,4)\}$

$m^2-3m=-2 \Rightarrow m^2-3m+2=0 \Rightarrow (m-2)(m-1)=0$

$m=2 \quad m=1$

if $m=2$: $(m+1, 4) = (3,4)$ ✓

if $m=1$: $(m+1, 4) = (2,4)$

چون زوج $(3,3)$ را هم دارد تابع نیست

۳

به ازای هیچ مقدار m ✓

۲

الف)

تابع نیست

خط موازی محور عرض‌ها می‌تواند دو نقطه نمودار را قطع کند

ب)

تابع است ✓

خط موازی محور عرض‌ها آن را در یک نقطه قطع کرده

ج)

تابع نیست ✓

خط موازی محور عرض‌ها می‌تواند نمودار را در بیش از یک نقطه قطع کند

۴

الف) $y = -\sqrt{x+1}$ ✓

تابع است ✓

از هر خط موازی محور عرض‌ها نمودار را در یک نقطه قطع می‌کند

ب) $x = \sqrt{1-y^2}$

$1-y^2 \geq 0 \Rightarrow -1 \leq y \leq 1$

مثال نقض: $x=1 \Rightarrow y=\sqrt{1-y^2}$

$\Rightarrow y^2 = 1-y^2$

$\Rightarrow y = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$

تابع نیست

۵

برقرار است

۱۵ ۶

اگر $|y| = x$ و $x = 2$ آنگاه $y = \pm 2$

متناقض تابع نیست ✓

ب) $y^3 + 2y^2 + 3y + x^3 + x = 0$ تقریب ریاضی جواب دارد نیز

~~تابع است~~

۲ ۷

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 5}{x^2 + 2x + 1} \qquad f(\sqrt{3} - 2)$$

$$f_x = \frac{(x+2)^2 + 1}{(x+1)^2 + 3} = \frac{(\sqrt{3} - 2 + 2)^2 + 1}{(\sqrt{3} - 2 + 1)^2 + 3} = \frac{4}{4} = 1$$ ✓

۲ ۸

$y = x^3 + ax + b$ ، $5 = b + a - 4$

$-2 = 1 + (-1) + a + b$ ⇒ $a + b = -2$

$y = x^3 - x - 2$

$y' = 3x^2 - 1$

$y'' = 6x$

$y'' = 0 \Rightarrow x = 0$

$y(0) = -2$

نقطه $(0, -2)$ تقارن دارد

$y = x^3 + ax + b$

$y' = 3x^2 + a$

$y'' = 6x$

$y'' = 0 \Rightarrow x = 0$

$y(0) = b$

$b = -2$

$a = 1$

$y = x^3 + x - 2$

$y' = 3x^2 + 1 > 0$

اکیدا صعودی

۲ ۹

$f = \{(2, a+b), (1, 2a), (-1, a - 2b + 1)\}$ تابع ثابت است

$y = -1$ عدد ثابت

$a + b = 2a$

$\Rightarrow a = b$

$\Rightarrow a - 2b + 1 = 2a \Rightarrow a = \frac{1}{3}$

$\Rightarrow a - 2a + 1 = 2a \Rightarrow b = \frac{1}{3}$

$a = b = \frac{1}{3}$

۲ ۱۰

$$\frac{2x^2 - ax + c + 1}{bx + 3} = f(x) = y = x$$

$\Rightarrow (bx + 3)x = 2x^2 - ax + c + 1$

$= bx^2 + 3x$

$c + 1 = 0 \Rightarrow a = -3$

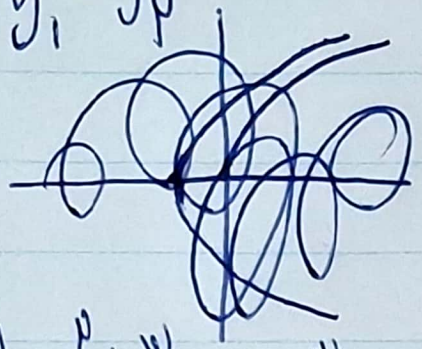
$a + b + c = 2 - 3 - 1 = 0 \Rightarrow c = -1 \Rightarrow b = 2$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$y_1 = \frac{-y_2 \pm \sqrt{y_2^2 - 4y_2^2}}{2}$$

$$\Rightarrow y_1^2 + \left(\frac{y_2}{2}\right) y_1 + y_2^2 = 0$$

$$y_1 = y_2$$



$$\Delta = y_2^2 - 4y_2^2 = -3y_2^2$$

$$\Delta < 0 \Leftarrow \Delta \text{ منفی باشد} \quad \text{و عبارت} \quad +\text{باشد}$$

$$y_1^3 + y_1^2 + y_1 + 1 = 0$$

$$y_1^3 + y_2^3 + y_2^2 + y_2 = 0$$

$$\Rightarrow \left(y_1^3 + y_1^2 + y_1 = 0 \right) - \left(y_2^3 + y_2^2 + y_2 = 0\right)$$

$$y_1^3 - y_2^3 + (y_1^2 - y_2^2) + (y_1 - y_2) = 0$$

$$\Rightarrow (y_1 - y_2)(y_1^2 + y_2^2 + y_1 y_2 + y_1 + y_2 + 1) = 0$$

$y_1 = y_2$ معتبر است

$y_1 \neq y_2$

جواب سوال ۱۱ (ب)

$$x^3 - 2x - 1 \;\Big|\; x^2 - x - 1$$

$$-x^3 - x^2 \qquad\qquad x + 1$$

$$-x^2 - 2x - 1$$

$$+x^2 + x$$

$$-x - 1$$

$$+x + 1$$

$$0$$

$$x^3 - 2x - 1 = 0 = (x+1)(x^2 - x - 1)$$

$$(x^2 - x - 1) = 0$$

$$x = \frac{+1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$\frac{1+\sqrt{5}}{2} = \beta \qquad \frac{1-\sqrt{5}}{2}$$

جواب نهایی (1)

۵ ب)

$$x = \frac{y_1}{\sqrt{1-y_1^2}} \quad , \quad x = \frac{y_2}{\sqrt{1-y_2^2}} \Rightarrow \frac{y_1}{\sqrt{1-y_1^2}} = \frac{y_2}{\sqrt{1-y_2^2}}$$

مخرج کسرها مثبت اند پس y_1 و y_2 هم علامتند!

توان ۲ طرفین وسطین $\rightarrow$ $y_1^2 - y_1^2 y_2^2 = y_2^2 - y_1^2 y_2^2$

$$y_1^2 = y_2^2$$

y_1 و y_2 هم علامتند $\rightarrow$ $\boxed{y_1 = y_2}$ تابع هست!

---

۶ ب)

طرفین + ۱ $\rightarrow$ $y^3 + 3y^2 + 3y + 1 = -x^3 - x + 1$

$$(y+1)^3 = -x^3 - x + 1$$

$$y + 1 = \sqrt{-x^3 - x + 1}$$

$$y = \sqrt{-x^3 - x + 1} - 1$$

تابع هست!