نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۷ ... کلاس دهم ... شعبه A

۱۹

۱ (۲)

الف) $(9, x+2y), (3x-y, -\varepsilon) \rightarrow \begin{cases} 9 = 3x - y \\ -\varepsilon = x + 2y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 18 = 6x - 2y \\ \varepsilon = \varepsilon x + 2y \end{cases} \rightarrow 7x = 14 \rightarrow x = 2$

$-2y = 6 \rightarrow y = -3$

$\rightarrow \frac{x}{y} = \frac{-2}{3}$ ✓ → جواب

ب) $(-1, -3), \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}, \frac{3}{x} - \frac{5}{y}\right) \rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = -1 \\ \frac{3}{x} - \frac{5}{y} = -3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -\frac{2}{x} + \frac{2}{y} = 2 \\ \frac{2}{x} - \frac{5}{y} = -3 \end{cases}$

$\rightarrow \frac{x}{y} = \frac{-1}{-1} = \frac{1}{2}$ ✓ → جواب

۲ (۲)

$F = \{(a, 2a), (1, a+1), (1, -2), (2, b)\} \rightarrow a + 1 = -1 \rightarrow a = -2$ ✓

$\xrightarrow{a=-2} \{(-2, -4), (1, -2), (1, -1), (2, b)\}$

$f(a) + 2f(2) = 3f(1)$

$f(-2) + 2f(2) = 3f(1) \rightarrow -6 + 2b = -6 \rightarrow b = 0$ ✓ → جواب

۳ (۲)

$F = \{(-1, m^2 - 3m), (3, 5), (-1, -2), (m+1, 4), (2, 6), (m^2 + 2, 6m + 1)\}$ $m = ?$

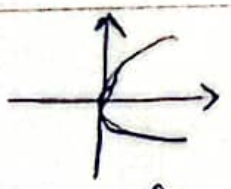
$m^2 - 3m = -2 \rightarrow m^2 - 3m + 2 = 0 \rightarrow (m-1)(m-2) = 0 \Rightarrow m = 1$ یا $m = 2$ → جواب

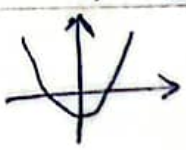
$m = 1 \rightarrow \{(-1, -2), (3, 5), (-1, -2), (2, 4), (2, 6), (3, 5)\} \rightarrow$ ✗

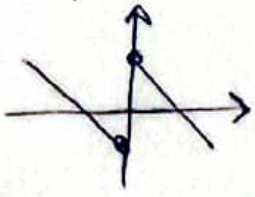
$m = 2 \rightarrow \{(-1, -2), (3, 5), (-1, -2), (3, 4), (2, 6), (4, 9)\} \rightarrow$ ✗

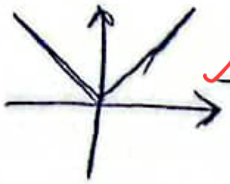
⇒ بدازای هیچ مقداری ✓

۴ (۲)

الف)  تابع نیست ✓

ب)  تابع هست ✓

ج)  تابع نیست ✓

د)  تابع هست ✓

۵ (۱)

الف) $y = -\sqrt{x+1}$ → تابع است ✓ ✓

ب) $x = \frac{y}{\sqrt{1-y^2}}$ → تابع نیست ← چون ~~$x = 0 \rightarrow y = -1, 0, 0$~~ ✗

۶ (۲)

الف) $|y| = x$ ⟵ چون به ازای هر مقدار x ، y دو مقدار دارد ⟵ تابع نیست

مثال ← $x = 1 \rightarrow y = \pm 1$ ✓ ✗

ب) $y^3 + 3y^2 + 3y + x^3 + x = 0$ ⟵ تابع است ✓

چون اگر در ضابطه‌ی عبارتی دارای شکلی از $y + y^3$ باشد عبارت تابع است ✓

---

۷ (۲)

$$f(x) = \frac{x^2 + 6x + a}{x^2 + 6x + 10} \Rightarrow f(\sqrt{3} - 2) = ? \Rightarrow$$

$$\frac{(\sqrt{3}-2)^2 + 6(\sqrt{3}-2) + a}{(\sqrt{3}-2)^2 + 6(\sqrt{3}-2) + 10} = \frac{7 + 6 - 6\sqrt{3} + 6\sqrt{3} - 18 + a}{7 + 6 - 6\sqrt{3} + 6\sqrt{3} - 18 + 10} = \frac{10 - 3}{10 - 1} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

جواب ✓

---

۸ (۲)

$f(x) = x^3 + ax + b$ ، $y - 3x + a = 0$ ، $(-1, -6)$

$y = 3x - a \rightarrow -6 = 3(-1) - a \rightarrow -6 = -3 - a \rightarrow a = 3$ ← خط $\rightarrow y = 3x - 3$

در تابع $\rightarrow -6 = (-1)^3 - 1 + b \rightarrow -6 = -2 + b \rightarrow b = -4 \rightarrow f(x) = x^3 + x - 4$

$x^3 + x - 4 = 3x - 3 \rightarrow x^3 - 2x - 1 = 0 \rightarrow (x+1)(x^2 - x - 1) = 0 \rightarrow$ ریشه‌ها $\rightarrow x = -1$ و

$x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \rightarrow y = 3x - 3 \rightarrow x_1 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ ، $x_2 = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$

$\frac{1+\sqrt{5}}{2} + \frac{1-\sqrt{5}}{2} = \frac{2}{2} = 1$ ✓ جواب

---

۹ (۲)

$f = \{(2, a+b), (1, 2a), (-1, a - 2b + 1)\}$ $\quad a = ?$

$a + b = a - 2b + 1 \rightarrow 3b = 1 \rightarrow b = \frac{1}{3}$

$a + b = 2a \rightarrow \{(2, \frac{2}{3}), (1, \frac{2}{3}), (-1, (\frac{1}{3} - 2(\frac{1}{3} + 1))\} \rightarrow a = b$

$\rightarrow a = \frac{1}{3}$ ✓ جواب

---

۱۰ (۲)

$f^{-1}(x) = \frac{6x^2 - ax + c + 1}{bx + 3}$ ⟵ تابع همانی ⟵ $f(x) = x$

$\rightarrow x = \frac{6x^2 - ax + c + 1}{bx + 3} \rightarrow bx^2 + 3x = 6x^2 - ax + c + 1 \rightarrow b = 6$

$-ax + c + 1 = 3x \rightarrow a = -3$ ، $c = -1$

$a + b + c = -3 + 6 - 1 = 0$ ✓ جواب

ب) ۵

$$n = \frac{y_1}{\sqrt{1-y_1^2}} \quad , \quad n = \frac{y_2}{\sqrt{1-y_2^2}} \Rightarrow \frac{y_1}{\sqrt{1-y_1^2}} = \frac{y_2}{\sqrt{1-y_2^2}}$$

مخرج کسرها مثبت اند پس y_1 و y_2 هم علامتند!

$\xrightarrow[\text{طرفین وسطین}]{\text{توان ۲}}$ $y_1^2 - y_1^2 y_2^2 = y_2^2 - y_1^2 y_2^2$

$$y_1^2 = y_2^2$$

$\xrightarrow{y_1 \text{ و } y_2 \text{ هم علامتند}}$ $\boxed{y_1 = y_2}$ تابع هست!