نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..... کلاس ۲۵

۱

$$x=a \Rightarrow f(a)=\begin{cases} a^2+2a \\ a^2-4 \end{cases} \Rightarrow a^2+2a=a^2-4 \Rightarrow 2a=-4 \Rightarrow \boxed{a=-2}$$

۲

$$g(x)=2x+b \xrightarrow[x=2]{(2,3)} 3=4+b \Rightarrow b=-1 \Rightarrow f(x)=\frac{x^2+a}{2x+1} \xrightarrow[x=2]{(2,3)}$$

۲

$$3=\frac{4+a}{5} \Rightarrow 4+a=15 \Rightarrow a=11 \Rightarrow f(x)=\frac{x^2+11}{2x+1} \longrightarrow f(1)=\frac{1+11}{2+1}=\frac{12}{3}$$

$$=\boxed{4}$$

۳

$$D_f: \mathbb{R}-\{-1,4\} \Rightarrow x=-1, x=4 \text{ ریشه مخرج است} \Rightarrow 2x^2+ax+b=0 \begin{cases} x=-1 \to 2-a+b=0 \\ x=4 \to 32+4a+b=0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a=-4, b=-8$$

$$\Rightarrow f(x)=\frac{4x+1}{2x^2-4x-8} \Rightarrow f(1)=\frac{4+1}{2-4-8}=\boxed{-\frac{5}{12}}$$

۴

$$D_f=\mathbb{R}-\{-1\} \to x=-1 \text{ ریشه مخرج} \Rightarrow \text{ضرب ریشه‌ها}=(-1)^2=1 \xrightarrow{-4x^2+ax+b} \frac{b}{-4}=1$$

$$\Rightarrow b=-4$$

$$\Rightarrow -4x^2+ax-4 \xrightarrow[y=0]{x=-1} -4-a-4=0 \Rightarrow a=-8 \Rightarrow f(x)=\frac{x^3-\sqrt{3}}{-4x^2-8x-4}$$

$$\Rightarrow a+b=-8+(-4)=\boxed{-12}$$

۵

$$D_f=\mathbb{R}-\{1\}, \quad f(x)=\frac{2x}{(x-1)(x^2+mx+1)} \Rightarrow x^2+mx+1 \begin{cases} \text{ریشه ندارد} \\ \text{یا} \\ \text{ریشه‌ها فرق دارد} \end{cases} x=-1$$

$$\Rightarrow \Delta<0 \Rightarrow m^2-4<0 \Rightarrow -2<m<2 \Rightarrow m=(-2,2)$$

$$\Rightarrow x=+1, y=0 \Rightarrow 1+m+1=0 \Rightarrow m=-2 \Rightarrow m=\{-2\}$$

$$m:(-2,2)\cup\{-2\}=\boxed{[-2,2)}$$

$f(x)=\sqrt{4-\frac{1}{x^2}} \Rightarrow x\neq 0 \;,\; 4-\frac{1}{x^2}\geq 0$

$-\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$
+	0 − 0	+

$\Rightarrow D_f=\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right]\cup\left[\frac{1}{2},+\infty\right)$ ✓

۶ (۲)

$mx^2+2mx+1\geq 0$ ← $a=m\geq 0$, $\Delta\leq 0$ → اگر $m=0$ ، $f(x)=\sqrt{1}>0$ ⇒ $D=\mathbb{R}$ ⇒ تابع ثابت

$\Rightarrow m^2-4m\leq 0 \Rightarrow m(m-4)\leq 0$

0		4
+	0 − 0	+

$\Rightarrow M=[0,+\infty)\cap[0,4]=[0,4]$ ✓

۷ (۲)

$f(x)=\begin{cases}\frac{4x^2-1}{2x-1} & ; x\neq a \\ 4x+k & ; x=\frac{1}{2}\end{cases}$ ⇒ $a=$ ریشه مخرج ⇒ $2a-1=0 \Rightarrow a=\frac{1}{2}$ ✓

$g(x)=2x+1$

$x=\frac{1}{2}$ (باهم برابرند) → $4\times\frac{1}{2}+k=2\times\frac{1}{2}+1$

$\Rightarrow 2+k=2 \Rightarrow k=0$ ✓

$\Rightarrow a+k=\frac{1}{2}+0=\frac{1}{2}$ ✓

۸ (۲)

$f(x)=\begin{cases}\frac{9x^2-4}{3x+2} & ; x\neq -\frac{2}{3} \\ 3ax+2 & ; x=-\frac{2}{3}\end{cases}$ $=g(x)=3x+b$

$\Rightarrow x=0 \Rightarrow \frac{0-4}{0+2}=0+b$

$\Rightarrow b=-2$ ✓

$x=-\frac{2}{3}$ → $3\times-\frac{2}{3}\times a+2=3\times-\frac{2}{3}-2$ ← $\Rightarrow g(x)=3x-2$

$\Rightarrow -2a+2=-4 \Rightarrow -2a=-6 \Rightarrow a=3$ ✓

$\Rightarrow a-b=3-(-2)=5$ ✓

۹ (۲)

$g(x)=x+2 \neq f(x)=\begin{cases}\frac{x^2-4}{x-2} & ; x\neq 2 \\ 2a^2+ax & ; x=2\end{cases}$

$x=2$ → $4=2a^2+2a \Rightarrow a^2+a-2=0$

$\Rightarrow a=\begin{cases}1 \\ -2\end{cases}$ ✓

۱۰ (۲)