نام و نام خانوادگی سید محمدحسین رجائی پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۱ کلاس دهم ریاضی A ۱۰۱

۱

$$f(x)=\begin{cases} x^2+2x \;;\; x\geq a \\ ax-4 \;;\; x\leq a \end{cases}$$

اگر دامنه های اول برابر باشند دامنه های دوم هم باید برابر باشد

$x=a \Rightarrow a^2+2a=a^2-4 \Rightarrow 2a=-4 \quad \boxed{a=-2}$

۲

$f(x)=\dfrac{x^2+a}{2x-b} \qquad g(x)=2x+b$

چون در $(2,3)$ قطعاً تقاطع دارند پس این نقطه در هر دو صدق می‌کند

$f(2)=3 \quad g(2)=3 \quad a=11$

$g(2)=2(2)+b=3 \quad b=-1$

$f(2)=\dfrac{4+a}{4+1}=3$

$f(1)=\dfrac{1+11}{2+1}=4$

۳

$f(x)=\dfrac{4x+1}{2x^2+ax+b}=\dfrac{4x+1}{2x^2-6x-8}$ دامنه $\leftarrow R-\{-1,4\}$

۱- و ۴ ریشه‌ی مخرج‌اند

$2(-1)^2-a+b=0$

$2(4)^2+4a+b=0$

$-a+b=-2$

$4a+b=-32$

$5a=-30$

$a=-6$

$b=-8$

$f(1)=\dfrac{4(1)+1}{2(1)^2-6(1)-8}=\dfrac{5}{-12}=-\dfrac{5}{12}$

۴

$\dfrac{x^3-\sqrt{3}}{-4x^2+ax+b}$ دامنه $\leftarrow R-\{-1\}$

$\{-1\}$ فقط ریشه مخرج است

$-4(x+1)(x+1)=-4x^2-8x-4$

$a=-8$

$b=-4$

$a+b=-12$

۵

$\dfrac{2x}{(x-1)(x^2+mx+1)}$ دامنه $\leftarrow R-\{1\}$

$\{1\}$ تنها ریشه مخرج

ریشه ۱

$(x-1)(x-1)=x^2-2x+1$

$m=-2$

یا اینکه این اصلاً ریشه ندارد

$m^2-4<0$

$(m+2)(m-2)<0$

$+ \;|\; - \;|\; +$

$(-2,2)\cup\{-2\}=[-2,2)$

$f(x)=\sqrt{۴-\frac{۱}{x^۲}}$ $\quad x\neq ۰ \quad ۴-\frac{۱}{x^۲}\geq ۰ \Rightarrow \frac{۱}{x^۲}\leq ۴$ ۶

$\Rightarrow x^۲ \geq \frac{۱}{۴} \Rightarrow x\leq -\frac{۱}{۲} \quad x\geq \frac{۱}{۲}$

$[\frac{۱}{۲},+\infty)\cup(-\infty,-\frac{۱}{۲}]$

$f(x)=\sqrt{mx^۲+۲mx+۱}$ $\quad mx^۲+۲mx+۱$ همواره + باشد

$\Rightarrow \Delta\leq ۰$ یا منفی باشد

$, m\geq ۰ \quad (۰,+\infty)$ ۷

$m=۰$ هم اشکالی ندارد چون

$f(x)=\sqrt{۱}=۱$

$۴m^۲-۴m\leq ۰ \quad m^۲-m\leq ۰ \quad m(m-۱)\leq ۰$

	۰		۱	
+	۰	−	۰	+

$[۰,۱]$

$((۰,+\infty)\cap[۰,۱])\cup\{۰\}=[۰,۱]$

$f(x)=\begin{cases}\frac{۴x^۲-۱}{۲x-۱} \to (۲x+۱) & ; x\neq a \\ ۴x+k & ; x=\frac{۱}{۲}\end{cases}$ ریشه مخرج $a=\frac{۱}{۲}$ ۸

$f(x)=g(x)$

$g(x)=۲x+۱ \quad f(\frac{۱}{۲})=۲+k=۲ \quad k=۰$ دامنه هر دو تابع $\mathbb{R}$ است

و هر دو باید دارای $x=\frac{۱}{۲}$ عرض یکسانی در نقطه

$g(\frac{۱}{۲})=۲$ $\quad \frac{۱}{۲}+۰=\frac{۱}{۲}$

$f(x)=\begin{cases}\frac{۹x^۲-۴}{۳x+۲} \to \boxed{۳x-۲} & ; x\neq -\frac{۲}{۳} \\ ۳ax+۲ & ; x=-\frac{۲}{۳}\end{cases}$ $\quad f(x)=g(x) \quad g(x)=۳x+b \quad b=-۲$ ۹

$g(x)=۳x-۲ \quad a=۳$

$f(-\frac{۲}{۳})=g(-\frac{۲}{۳})=\underbrace{۳a(-\frac{۲}{۳})+۲}_{-۲a+۲}=\underbrace{۳(-\frac{۲}{۳})-۲}_{-۲}=-۴$ $\quad a-b=۵$

$f(x)=\begin{cases}\frac{x^۲-۴}{x-۲} \to \boxed{x+۲} & ; x\neq ۲ \\ ۲a^۲+ax & ; x=۲\end{cases}$ $\quad g(x)=x+۲ \quad f(x)=g(x)$ ۱۰

$f(۲)=g(۲) \quad ۲a^۲+۲a=۲+۲=۴ \Rightarrow ۲a^۲+۲a-۴=۰$

$\Rightarrow a^۲+a-۲=۰$

$(a+۲)(a-۱)=۰$

$a=۱$ یا -۲

$a=۱ \quad , a=-۲$