

Subject:

Date:



$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & ; x \geq a \xrightarrow{x=a} a^2 + 2a \\ ax - 4 & ; x \leq 4 \xrightarrow{x=a} a^2 - 4 \end{cases} \Rightarrow a^2 + 2a = a^2 - 4 \Rightarrow a = -2 \quad (2)$$

$$g(x) = 2x + b \xrightarrow{x=2} f + b = 13 \Rightarrow b = -1 \quad (2)$$

$$f(x) = \frac{x^2 + a}{2x - b} \xrightarrow{x=2} \frac{f + a}{b - 1} = 3 \Rightarrow a = 11 \Rightarrow f(x) = \frac{x^2 + 11}{2x - 1} \quad (2)$$

$$\Rightarrow f(1) = \frac{1 + 11}{2 - 1} = 12 \quad (2)$$

۳- چون مخرج نباید صفر باشد پس یعنی ۱- و ۲- ریشه‌های مخرج هستند.

$$2x^2 + ax + b = 2(x+1)(x-4) = 2x^2 - 4x - 8 \Rightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = -8 \end{cases} \quad (2)$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{4x + 1}{2x^2 - 4x - 8} \Rightarrow f(1) = \frac{4 + 1}{2 - 4 - 8} = \frac{5}{-10} = -\frac{1}{2} \quad (2)$$

۴- چون مخرج نباید صفر باشد پس یعنی ۱- ریشه ضاعف مخرج است.

$$-4x^2 + ax + b = -4(x+1)^2 = -4x^2 - 8x - 4 \Rightarrow \begin{cases} a = -8 \\ b = -4 \end{cases} \quad (2)$$

$$a + b = -8 - 4 = -12 \quad (2)$$

چون مخرج نباید صفر باشد پس یعنی ۱- تنها ریشه مخرج است پس با عبارت

$x^2 + mx + 1$  ریشه ندارد یا ریشه ضاعف دارد:

$$1) \quad x^2 + mx + 1 \xrightarrow{\Delta < 0} m^2 - 4 < 0 \Rightarrow m = (-2, 2) \quad (2)$$

$$2) \quad x^2 + mx + 1 = (x-1)^2 = x^2 - 2x + 1 \Rightarrow m = -2 \quad (2)$$

$$\Rightarrow m = [-2, 2] \quad (2)$$

$$f(x) = \sqrt{4 - \frac{1}{x^2}} \xrightarrow{\text{①}} 4 - \frac{1}{x^2} \geq 0 \Rightarrow 4 \geq \frac{1}{x^2} \Rightarrow 4x^2 \geq 1 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{\text{②}} x \neq 0 \Rightarrow x^2 \geq \frac{1}{4} \Rightarrow x = (-\infty, -\frac{1}{2}] \cup [\frac{1}{2}, +\infty)$$

$$\Rightarrow x = (-\infty, -\frac{1}{2}] \cup [\frac{1}{2}, +\infty) \quad (2)$$

۷- چون عبارت زیر را دیکال نباید منفی باشد در نتیجه  $mx^2 + 2mx + 1$  نامنفی است

$$mx^2 + 2mx + 1 \begin{cases} a > 0 \\ m > 0 \end{cases} \Delta \leq 0 \Rightarrow 4m^2 - 4m \leq 0 \Rightarrow 4m(m-1) \leq 0 \rightarrow \frac{0}{+} - \frac{1}{-} + \rightarrow m = [0, 1] \quad (2)$$

اگر از این دوباره اشتراک بگیریم،  $m$  برابر [0, 1] می شود اما به ازای خود صفر، تابع به  $f(x) = \sqrt{x}$  تبدیل می شود که دامنه اش  $\mathbb{R}$  است در نتیجه  $m = [0, 1]$  ✓

$$g(x) = 2x + 1 \xrightarrow{x = \frac{1}{p}} 2 \times \frac{1}{p} + 1 = 4 \times \frac{1}{p} + k \Rightarrow 2 = 2 + k \Rightarrow k = 0 \quad (2) \quad \Delta$$

چون  $\frac{4x^2 - 1}{2x - 1}$  به ازای  $x = a$  برقرار نیست یعنی  $a$  ریشه نخبج است که

عبارت به ازای آن تعریف نمی شود.  $a + k = \frac{1}{p} + 0 = \frac{1}{p}$  ✓  $a = \frac{1}{p}$  ✓

$$\frac{9x^2 - 4}{3x + 2} = 3x + b \Rightarrow \frac{(3x - 2)(3x + 2)}{3x + 2} = 3x + b \Rightarrow b = -2 \quad (2) \quad 15$$

$$\Rightarrow g(x) = 3x - 2 \xrightarrow{x = \frac{p}{3}} 3 \times \frac{p}{3} - 2 = 3ax - \frac{2}{3} + 2 \Rightarrow -2 - 2 = -2a + 2 \Rightarrow a - b = 3 - (-2) = 5 \quad (2) \quad \Rightarrow a = 3 \quad \checkmark$$

$$g(x) = x + 2 \xrightarrow{x = 2} 2 + 2 = 2a^2 + 2a \Rightarrow 2a^2 + 2a - 4 = 0 \quad (2) \quad 10$$

$$\Rightarrow 2(a^2 + a - 2) = 0 \Rightarrow 2(a+2)(a-1) = 0 \Rightarrow a \in \{1, -2\} \quad \checkmark$$