پارسا ضیائی

تکلیف شماره ۲۸ - دهم پیش A

Subject: Date

۱- $f(x)=\begin{cases} x^2+2x & ; x \geq a \xrightarrow{x=a} a^2+2a \\ ax-4 & ; x \leq 4 \xrightarrow{x=a} a^2-4 \end{cases} \Rightarrow a^2+2a=a^2-4 \Rightarrow \boxed{a=-2}$

۲- $g(x)=2x+b \xrightarrow{x=2} 4+b=3 \Rightarrow b=-1$

$f(x)=\frac{x^2+a}{2x-b} \xrightarrow[b=-1]{x=2} \frac{4+a}{5}=3 \Rightarrow a=11 \Rightarrow f(x)=\frac{x^2+11}{2x+1}$

$\Rightarrow f(1)=\frac{1+11}{2+1}=\boxed{4}$

۳- چون مخرج نباید صفر باشد پس یعنی ۱- و ۴ ریشه‌های مخرج هستند.

$2x^2+ax+b=2(x+1)(x-4)=2x^2-6x-8 \Rightarrow \begin{matrix} a=-6 \\ b=-8 \end{matrix}$

$\Rightarrow f(x)=\frac{4x+1}{2x^2-6x-8} \Rightarrow f(1)=\frac{4+1}{2-6-8}=\boxed{\frac{-5}{12}}$

۴- چون مخرج نباید صفر باشد پس یعنی ۱- ریشه مضاعف مخرج است.

$-4x^2+ax+b=-4(x+1)^2=-4x^2-8x-4 \Rightarrow \begin{matrix} a=-8 \\ b=-4 \end{matrix}$

$\boxed{a+b=-8-4=-12}$

چون مخرج نباید صفر باشد پس یعنی اتفا ریشه مخرج است پس با عبارت x^2+mx+1 ریشه ندارد یا ریشه مضاعف ۱ دارد:

1) $x^2+mx+1 \xrightarrow{\Delta<0} m^2-4<0 \Rightarrow m=(-2,2)$

2) $x^2+mx+1=(x-1)^2=x^2-2x+1 \Rightarrow m=-2$

$\Rightarrow \boxed{m=[-2,2)}$

۵- $f(x)=\sqrt{4-\frac{1}{x^2}}$

① $4-\frac{1}{x^2} \geq 0 \Rightarrow 4 \geq \frac{1}{x^2} \Rightarrow 4x^2 \geq 1$

② $x \neq 0$

$\Rightarrow x^2 \geq \frac{1}{4} \Rightarrow x=(-\infty,-\frac{1}{2}] \cup [\frac{1}{2},+\infty)$

$\Rightarrow \boxed{x=(-\infty,-\frac{1}{2}] \cup [\frac{1}{2},+\infty)}$

۷- چون عبارت زیر رادیکال نباید منفی باشد در نتیجه $mx^2+2mx+1$ نامنفی است.

$mx^2+2mx+1$ ⟨ $a>0 \Rightarrow m>0$; $\Delta \leq 0$ ⟨ $4m^2-4m \leq 0 \Rightarrow 4m(m-1) \leq 0$ → $+\ 0\ -\ 1\ +$ → $m=[0,1]$

اگر از این دو بازه اشتراک بگیریم، m برابر $[0,1]$ می شود اما به ازای خود صفر، تابع به $f(x)=\sqrt{1}$ تبدیل می شود که دامنه اش $\mathbb{R}$ است در نتیجه $m=[0,1]$

۸- $g(x)=2x+1 \xrightarrow{x=\frac{1}{2}} 2\times\frac{1}{2}+1=4\times\frac{1}{2}+k \Rightarrow 2=2+k \Rightarrow k=0$

چون $\frac{4x^2-1}{2x-1}$ به ازای $x=a$ برقرار نیست یعنی a ریشه مخرج است که

$a=\frac{1}{2} \rightarrow a+k=\frac{1}{2}+0=\frac{1}{2}$ عبارت به ازای آن تعریف نمی شود.

۹- $\frac{9x^2-4}{3x+2}=3x+b \Rightarrow \frac{(3x-2)(3x+2)}{3x+2}=3x+b \rightarrow b=-2$

$\Rightarrow g(x)=3x-2 \xrightarrow{x=\frac{-2}{3}} 3\times\frac{-2}{3}-2=3a\times\frac{-2}{3}+2 \Rightarrow -2-2=-2a+2 \Rightarrow a=3$

$a-b=3-(-2)=5$

۱۰- $g(x)=x+2 \xrightarrow{x=2} 2+2=2a^2+2a \Rightarrow 2a^2+2a-4=0$

$\Rightarrow 2(a^2+a-2)=0 \Rightarrow 2(a+2)(a-1)=0 \Rightarrow a<\begin{matrix}1\\-2\end{matrix}$