۱۷

نام و نام خانوادگی امیررضا موذن — پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۸ — کلاس هم شیعه پیران

۱ (۲)

$$f(x)=\begin{cases} x^2+2x & x\geq a \\ ax-4 & x<a \end{cases}$$

جای گذاری
$x=a \Rightarrow a^2+2a=a^2-4$
و برابر اشتراک

$2a=-4$

$\boxed{a=-2}$ ✓

۲ (۲)

$f(2)=3$
$g(2)=3$

$g(x)=2x+b$
$3=2+b$
$b=3-4=-1$ ✓

$f(x)=\frac{x^2+11}{2x+1}$
$f(1)=\frac{1+11}{2+1}=\frac{12}{3}=\boxed{4}$ ✓

$f(x)=\frac{x^2+a}{2x-b}$, $b=-1$ $\Rightarrow$ $f(x)=\frac{x^2+a}{2x+1}$, $f(2)=3$ $\Rightarrow$ $3=\frac{4+a}{4+1}$, $3=\frac{4+a}{5}$

$3\times5=4+a$
$15=4+a$
$\boxed{a=11}$ ✓

۳ (۲)

$f(x)=\frac{4x+1}{2x^2+ax+b}$ $R-\{1,4\}$

$\frac{-3}{2-a+b}$ $2-a+b=0$, $a-b=2$

$\frac{17}{32+4a+b}$ $32+4a+b=0$, $4a+b=-32$

$+\begin{cases} a-b=2 \\ 4a+b=-32 \end{cases}$

$5a=-30$
$a=-6$ ✓
$b=-8$

$f(x)=\frac{4x+1}{2x^2-6x-8}$

$f(1)=\boxed{\frac{5}{-12}}$ ✓

۴ (۱)

$f(x)=\frac{x^3-\sqrt{3}}{-4x^2+ax+b}$

چون نقطه ارزش تعریف است
$-4x^2+ax+b=0$
$-4x^2+ax+b=k(x+1)^2$ دقت!
$-4x^2+ax+b=k(x^2-2x+1)$
$-4x^2+ax+b=kx^2-2kx+k$
$-4=k$ $a=-2k$ ~~$a=8$~~ $b=k$ $b=-4$ ✓

$a+b=8-4=$ ~~4~~

۵ (۲)

$f(x)=\frac{2x}{(x-1)(x^2+mx+1)}$ دامنه $=R-\{1\}$

$[-2,2)$ ✓ = محدوده m

$(x-1)(x^2+mx+1)=0$ $\Rightarrow$ $x^2-2x+1=(x-1)^2$ ✓

$x=1$
$1+m+1=0$ $m=-2$

و
$\Delta=b^2-4ac<0$
$a=1$ $c=1$ $b=m$
$m^2-4(1)\times(1)<0$
$m^2-4<0$
$-2<m<2$

تکلیف شماره ۲۸ — امیررضا معودی

۶

$f(x)=\sqrt{4-\frac{1}{x^2}}$

مخرج صفر ⟸ $x^2=0 \Rightarrow x=0$

زیر رادیکال مثبت ⟸ ~~$x^2<\frac{1}{4}$~~ ⟸ $x>-\frac{1}{2} \cup x<\frac{1}{2}$

$D_{f(x)}=-\frac{1}{2}<$ ~~$x<\frac{1}{2} \cup \{0\}$~~

واحد = $(-\frac{1}{2},\frac{1}{2})\cup\{0\}$

۷ (۲)

$f(x)=\sqrt{mx^2+2mx+1}$ — همواره مثبت

$2mx+1\geq 0$

$\boxed{m\in[0,1]}$ ✓

اگر $m=0$: $f(x)=\sqrt{0\times x^2+2\times 0\times x+1}=\sqrt{1}=1$ پس یکی از جواب‌ها است

$\Delta=b^2-4ac\leq 0$ $\quad c=1 \quad a=m \quad b=2m$

$(2m)^2-4(m)\times 1\leq 0$

$4m^2-4m\leq 0$

$m(m-1)\leq 0$

$0\leq m\leq 1$

۸ (۲)

$\frac{4x^2-1}{2x}=2x+1$ $\quad 4x^2+2x=4x^2-1$

$2x=-1 \quad x=-\frac{1}{2}$

اگر $x=\frac{1}{2}$ $\quad 2+k$

$2+k=2 \Rightarrow k=0$ ✓ $\quad \frac{1}{2}+0=\boxed{\frac{1}{2}}$ ✓

$2x-1=0$

$x=\frac{1}{2}$

$g(\frac{1}{2})=2(\frac{1}{2})+1=2$ $\quad a=\frac{1}{2}$ ✓

$f(\frac{1}{2})=4(\frac{1}{2})+k=2+k$

۹ (۲)

$x\neq-\frac{2}{3}$ $\quad f(x)=\frac{9x^2-4}{3x+2}$ $\quad 9x^2-4=(3x)^2-2^2=(3x-2)(3x+2)$

$3x-2=3x+b$ $\quad a-b=3-(-2)=\boxed{5}$ ✓ $\quad f(x)=3x-2$

$\boxed{-2=b}$ ✓

$g(-\frac{2}{3})=3(-\frac{2}{3})+(-2)=-2-2=-4$

$3ax+2$

$x=-\frac{2}{3}$ $\quad f(-\frac{2}{3})=3a(-\frac{2}{3})+2$ $\quad -2a+2=-4$

$\boxed{a=3}$ ✓

۱۰ (۲)

$x\neq 2$ $\quad f(x)=\frac{x^2-4}{x-2}=\frac{(x-2)(x+2)}{x-2}=x+2$

$f(x)=g(x)$ برای $x\neq 2$ $\quad \boxed{a=-2,1}$ ✓ $\quad (a+2)(a-1)=0$

$a^2+a-2=0$

$x=2$ $\quad g(2)=2+2=4$ $\quad a^2+a=2$ $\quad a=-2,\ a=1$

$f(2)=2a^2+a(2)=2a^2+2a$ $\quad 2a^2+2a=4$

۴- فقط $x=-1$ در دامنه تابع نیست پس تنها ریشه مضاعف مخرج بوده

$$-۴x^۲+ax+b = -۴(x+۱)^۲ = -۴x^۲-۸x-۴ \rightarrow \begin{cases} a=-۸ \\ b=-۴ \end{cases} \rightarrow a+b=\boxed{-۱۲}$$

۶-

$$۴-\frac{۱}{x^۲} \geq ۰ \rightarrow \frac{۴x^۲-۱}{x^۲} \geq ۰$$

$-\frac{۱}{۲}$	* ۰	$\frac{۱}{۲}$
+ ۰ − ‖ − ۰ +		

$$(-\infty, -\frac{۱}{۲}] \cup [\frac{۱}{۲}, +\infty)$$