

الف) $y^3 = 2x^2 - 1 \rightarrow \begin{cases} y_1^3 = 2x_1^2 - 1 \\ y_2^3 = 2x_2^2 - 1 \end{cases} \rightarrow y_1^3 = y_2^3 \rightarrow y_1 = y_2$ (پاس صحیح) ۱.۵

تابع است $y^3 + y = 2x^2 - 1 \rightarrow \begin{cases} y_1^3 + y_1 = 2x_1^2 - 1 \\ y_2^3 + y_2 = 2x_2^2 - 1 \end{cases} \rightarrow y_1^3 + y_1 = y_2^3 + y_2$
 $\rightarrow x_1 = x_2 \rightarrow x_1^2 = x_2^2 \rightarrow 2x_1 = 2x_2 \rightarrow y_1^3 + y_1 = y_2^3 + y_2$ تابع است ۱

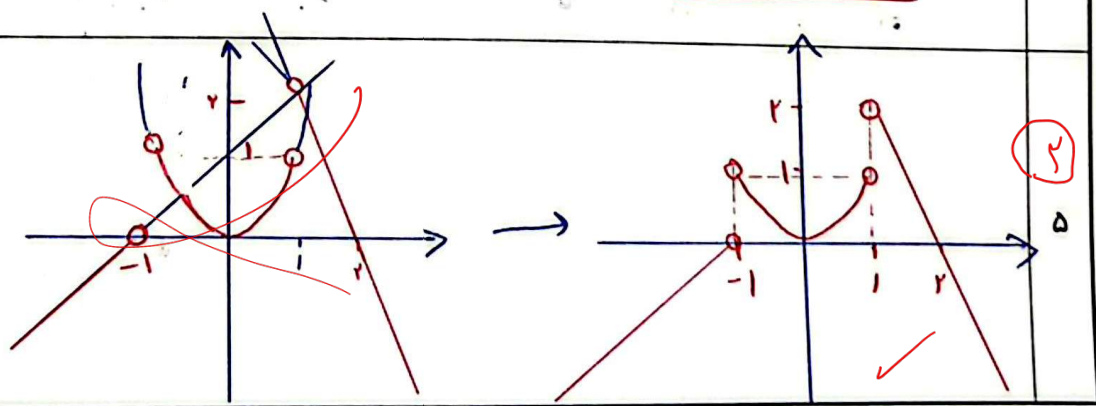
الف) $y = x^2 - 1 \rightarrow \begin{cases} y_1 = x_1^2 - 1 \\ y_2 = x_2^2 - 1 \end{cases} \rightarrow y_1 = y_2$ تابع است الف ۱.۲۵
 $y = x^2 - 1 \xrightarrow{x=2} y = 2^2 - 1 = 3$ یک جواب دارد پس تابع است

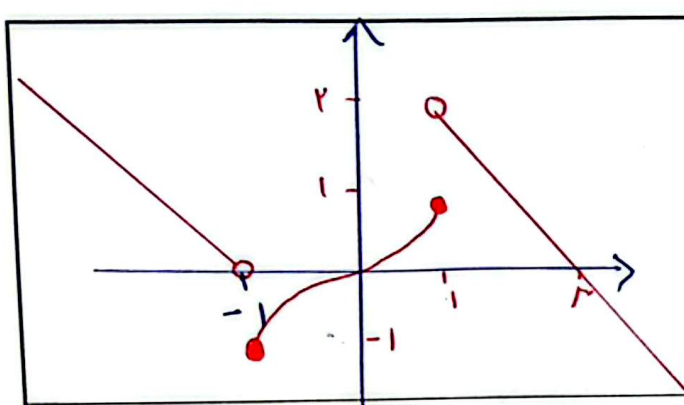
۱) $|y| + xy = x^2 + 1 \rightarrow x = 0 \rightarrow |y| = 1 \rightarrow y = \pm 1$ تابع نیست ۲
 ۲) $y^3 + x^2 = 2x - 1 \rightarrow x = 0 \rightarrow y^3 = -1 \rightarrow y = -1$ یک جواب دارد پس تابع است
 $\sqrt[3]{y} + \sqrt{x} = 2 \rightarrow x = 0 \rightarrow \sqrt[3]{y} = 2 \rightarrow y = 8$ تابع است

الف) $\tan \frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$ ✓
 ب) $\cot + 180^\circ =$ تعریف نشده ۱.۵
 ب) $\cot + \frac{\sqrt{3}\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ $\sin$ امفج صفری شود چون $\sin$ (صفرات)
 ۲) $\tan 225^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ ✓

الف) $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow \alpha = 30^\circ, 150^\circ$ یا $\alpha = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$ ✓ ۲

ب) $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \alpha = 45^\circ, 315^\circ$ یا $\alpha = \frac{\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$ ✓ ۴





۲
۶

الف) $y = (x-1)(x-2)(x-4)$

x	۱	۲	۴
y	-	+	-

۲
۷

ب) $y = (x-1)(x-2)(x-4)$

x	۱	۲*	۴
y	+	-	+

الف) $y = \frac{(x-1)(x-4)}{x-2}$

x	۱	۲	۴
y	-	+	-

۲
۸

ب) $y = \frac{(x-1)(x-4)}{(x-2)^2}$

x	۱	۲*	۴
y	+	-	+

الف) $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2}$ باید صغیرا؟

x	۱	۲
y	-	+

۱
۹

ب) $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4x + 2} \rightarrow x=1, x=2$
 $\frac{x^2 - 4x + 2}{x^2 - 4x + 2} \rightarrow x=1, x=2$

x	۱*	۲	۲
y	+	+	-

الف) $y = \frac{x^2 - x^2}{x^2 + x + 2} \rightarrow x^2(x^2 - 1) \rightarrow 0, -1$
 اینجی ندارد $\rightarrow$ اینجی ندارد

x	-1	۰	۱
y	-	+	-

۱
۱۰

ب) $y = \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + 2x + 2} \rightarrow$ اینجی ندارد $\rightarrow x=0 \rightarrow \frac{4}{2}$ همواره مثبت است.

(1)

(ب) $y^3 + y = 3x^2 - 1$

$$\begin{cases} y_1^3 + y_1 = 3x_1^2 - 1 \\ y_2^3 + y_2 = 3x_2^2 - 1 \end{cases} \xrightarrow{x_1 = x_2} \begin{cases} y_1^3 + y_1 = 3x^2 - 1 \\ y_2^3 + y_2 = 3x^2 - 1 \end{cases} \rightarrow y_1^3 + y_1 = y_2^3 + y_2$$

$$y_1^3 - y_2^3 + y_1 - y_2 = 0 \rightarrow (y_1 - y_2)(y_1^2 + y_1 y_2 + y_2^2) + (y_1 - y_2) = 0 \rightarrow (y_1 - y_2)(y_1^2 + y_1 y_2 + y_2^2 + 1) = 0$$

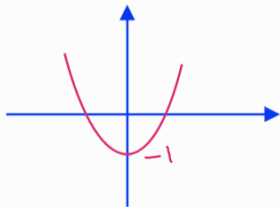
اگر پرانتز اول صفر باشد $\Rightarrow y_1 = y_2$

جواب ندارد. $\Delta = y_2^2 - 4(1)(y_2^2 + 1) \rightarrow \Delta = -3y_2^2 - 4 \rightarrow \Delta < 0$
 عبارت همیشه منفی

بنابراین پرانتز اول صفر است. $\Leftarrow$ تابع است.

۲ برای اثبات تابع بودن مثال نقض نزنیم!

(الف) $y = x^2 - 1$



تابع است.

(ب) $|y| + xy = x^2 + 1$

مثال نقض $\Rightarrow x = 0 \Rightarrow |y| = 1 \Rightarrow y = \pm 1$

تابع نیست.

(ج) $y^3 + x^3 = 2x - 1$

تقریباً ریاضی $\rightarrow \begin{cases} y_1^3 + x_1^3 = 2x_1 - 1 \\ y_2^3 + x_2^3 = 2x_2 - 1 \end{cases} \xrightarrow{x_1 = x_2} \begin{cases} y_1^3 + x^3 = 2x - 1 \\ y_2^3 + x^3 = 2x - 1 \end{cases} \rightarrow y_1^3 = y_2^3 \Rightarrow y_1 = y_2$ تابع است.

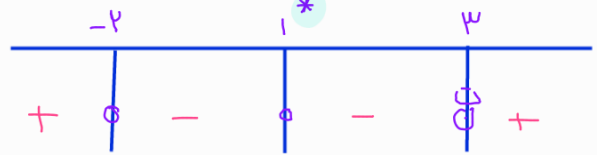
$$\triangleright \sqrt[3]{y} + \sqrt[3]{x} = 2$$

$$\begin{aligned} \text{تقریب ریاضی} \rightarrow \begin{cases} \sqrt[3]{y_1} + \sqrt[3]{x_1} = 2 \\ \sqrt[3]{y_2} + \sqrt[3]{x_2} = 2 \end{cases} \xrightarrow{x_1 = x_2} \begin{cases} \sqrt[3]{y_1} + \sqrt[3]{x} = 2 \\ \sqrt[3]{y} + \sqrt[3]{x} = 2 \end{cases} \rightarrow \sqrt[3]{y_1} = \sqrt[3]{y} \Rightarrow y_1 = y_2 \quad \text{تابع است.} \end{aligned}$$

$$\text{الف)} \quad y = \frac{x^3 - 3x + 2}{x - 3}$$

$$\rightarrow y = \frac{(x-1)(x^2+x-2)}{(x-3)} = \frac{(x-1)(x-1)(x+2)}{(x-3)} \quad \begin{matrix} \text{نقطه} \\ \text{نقطه} \end{matrix}$$

۳ و -۲ ⇒ ریشه‌ها



$$\text{الف)} \quad y = \frac{x^4 - x^2}{x^2 + x + 2}$$

$$\rightarrow y = \frac{x^2(x^2-1)}{x^2+x+2}$$

۱ و -۱ ⇒ ریشه‌ها

