نام و نام خانوادگی محمدرضا احمدی .... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۵ ..... کلاس دهم پسر B ....

الف) $(\sin ۱۳۵° + \sin ۳۰۰°)(\cos ۳۱۵° - \cos ۱۵۰°) = \left(\frac{\sqrt{۲}}{۲} + \left(\frac{-\sqrt{۳}}{۲}\right)\right)\left(\frac{\sqrt{۲}}{۲} + \frac{\sqrt{۳}}{۲}\right)$

$\rightarrow \frac{\sqrt{۲}-\sqrt{۳}}{۲} \times \frac{\sqrt{۲}+\sqrt{۳}}{۲} \xrightarrow{\text{مزدوج}} \frac{۲-۳}{۴} = \frac{-۱}{۴} = \boxed{\frac{-۱}{۴}} \rightarrow$ جواب الف

ب) $\frac{۱+۳\tan^{۲} ۲۱۰°}{۴\cos^{۲} ۳۳۰° + ۲\cos^{۲} ۲۲۵°} = \frac{۱+۳\left(\frac{\sqrt{۳}}{۳}\right)^{۲}}{۴\left(\frac{\sqrt{۳}}{۲}\right)^{۲} + ۲\left(\frac{-\sqrt{۲}}{۲}\right)^{۲}} = \frac{۱+۳\times\frac{۳}{۹}}{۴\times\frac{۳}{۴} + ۲\times\frac{۲}{۴}} = \frac{۱+۱}{۳+۱} = \frac{۲}{۴} = \boxed{\frac{۱}{۲}}$ ۱

$۳\left(\frac{\sqrt{۳}}{۳}\right)^{۲}$

الف) $\sin\hat{B} = \frac{AH}{AB} = \sin ۴۵° \rightarrow \frac{\sqrt{۲}}{۲} = \frac{AH}{\sqrt{۶}} \rightarrow AH = \frac{\sqrt{۱۲}}{۲} = \sqrt{۳}$ $\quad \overline{AH}^{۲} + \overline{CH}^{۲} = \overline{AC}^{۲}$

$\boxed{HC=۳}$ $\quad \rightarrow ۳ + \overline{HC}^{۲} = ۱۲ \rightarrow \overline{HC}^{۲} = ۹ \rightarrow \boxed{HC=۳}$

ب) $\tan ۳۰° = \frac{\sqrt{۳}}{۳} = \frac{AH}{HC} = \frac{AH}{۹} \rightarrow AH = ۳\sqrt{۳}$ ۲

$\overline{AB}^{۲} = \overline{AH}^{۲} + \overline{BH}^{۲} \rightarrow ۵۴ = ۲۷ + \overline{BH}^{۲} \rightarrow \overline{BH}^{۲} = ۲۷ \rightarrow BH = ۳\sqrt{۳}$

$\sin\hat{B} = \frac{AH}{AB} = \frac{۳\sqrt{۳}}{۳\sqrt{۶}} = \frac{۱}{\sqrt{۲}} \times \frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}} = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \rightarrow \sin\hat{B} = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \rightarrow \hat{B}$ $\rightarrow ۴۵°$ ✓ $\rightarrow \boxed{\hat{B} = ۴۵°}$; $\rightarrow ۱۳۵°$ ✗ $\rightarrow$ چون زاویه حاده است ممکن نیست

الف) $\sin ۶۰° = \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{AB}{AD} = \frac{۵۰\sqrt{۳}}{AD} \rightarrow AD = ۱۰۰ \rightarrow \overline{AB}^{۲} + \overline{BD}^{۲} = \overline{AD}^{۲}$

$\rightarrow ۷۵۰۰ + \overline{BD}^{۲} = ۱۰۰۰۰$

$\sin ۳۰° = \frac{۱}{۲} = \frac{AB}{AC} = \frac{۵۰\sqrt{۳}}{AC} \rightarrow AC = ۱۰۰\sqrt{۳}$ $\quad \longrightarrow \overline{BD}^{۲} = ۲۵۰۰ \rightarrow BD = ۵۰ = ۵۰$ ۵۰

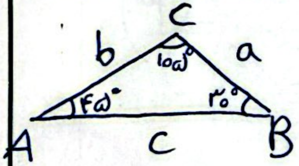
$\overline{AB}^{۲} + \overline{BC}^{۲} = \overline{AC}^{۲} \rightarrow ۷۵۰۰ + \overline{BC}^{۲} = ۳۰۰۰۰ \rightarrow \overline{BC}^{۲} = ۲۲۵۰۰ \rightarrow BC = ۱۵۰ = BD + CD \rightarrow CD = \boxed{x = ۱۰۰}$ ۳

$BD = ۵۰$

ب) $\tan ۶۰° = \sqrt{۳} = \frac{BC}{AB} \rightarrow \sqrt{۳} = \frac{BC}{۲} \rightarrow BC = ۲\sqrt{۳}$

$\tan\alpha = \frac{۱}{۲\sqrt{۳}} = \frac{BD}{BC} = \frac{۱}{BC} \rightarrow BC = ۲\sqrt{۳}$

$\overline{DC}^{۲} = \overline{BC}^{۲} + \overline{BD}^{۲} \rightarrow \overline{DC}^{۲} = ۱۲ + ۱ = ۱۳ \rightarrow DC = \sqrt{۱۳} \rightarrow \sin\alpha = \frac{BD}{DC} = \frac{۱}{\sqrt{۱۳}} = \boxed{\frac{\sqrt{۱۳}}{۱۳}}$



$\left.\begin{matrix} AC = b \\ AB = c \end{matrix}\right\} \frac{c}{\sin\hat{C}} = \frac{b}{\sin\hat{B}}$ $\longrightarrow \sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha\cos\beta - \sin\beta\cos\alpha$

$\rightarrow \sin(۱۳۵° - ۳۰°) = \sin ۱۳۵° \times \cos ۳۰° - \sin ۳۰° \times \cos ۱۳۵°$

$\rightarrow \sin(۱۰۵°) = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} - \frac{۱}{۲} \times \left(\frac{-\sqrt{۲}}{۲}\right)$ ۴

$= \frac{\sqrt{۶}}{۴} + \frac{\sqrt{۲}}{۴} = \frac{\sqrt{۶}+\sqrt{۲}}{۴}$

$\longrightarrow \frac{c}{\sin\hat{C}} = \frac{b}{\sin\hat{B}} \rightarrow \frac{AB}{\sin ۱۰۵°} = \frac{AC}{\sin ۳۰°}$

$\longrightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{\sin ۱۰۵°}{\sin ۳۰°} = \frac{\sqrt{۶}+\sqrt{۲}}{۴} \times ۲ = \frac{\sqrt{۶}+\sqrt{۲}}{۲} \rightarrow \boxed{\frac{AB}{AC} = \frac{\sqrt{۶}+\sqrt{۲}}{۲}}$

$S_{\text{مثلث}} = \frac{۱}{۲} \times \sin\hat{\alpha} \times a \times b$ $\quad S_{\text{مثلث}} = \frac{۱}{۲} ab\sin\alpha$

$\hat{B}_{۱} = \hat{B}_{۲} \rightarrow$ چون متقابل به رأس هستند

$\rightarrow \frac{S_{A\overset{\triangle}{B}E}}{S_{B\overset{\triangle}{C}D}} = \frac{\frac{۱}{۲} \times \sin\hat{B}_{۱} \times ۲ \times ۴}{\frac{۱}{۲} \times \sin\hat{B}_{۲} \times ۶ \times ۳} = \frac{۸}{۱۸} = \frac{۴}{۹} \rightarrow \frac{S_{A\overset{\triangle}{B}E}}{S_{B\overset{\triangle}{C}D}} = \boxed{\frac{۴}{۹}}$ ۵

۶

الف) $S_{مثلث} = \underbrace{\frac{۱}{۲} \times \sin \hat{C} \times A \times B}_{\frac{۱}{۲}\times a\times b\times \sin\alpha} \rightarrow S_{متوازی الاضلاع} = ۲\times\frac{۱}{۲}\sin ۱۲۰^\circ \times ۳ \times ۴ = ۲\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}\times ۳\times ۴\times\frac{۱}{۲} = \boxed{۶\sqrt{۳}} \rightarrow \boxed{۶\sqrt{۳}}$

چون ۲تا مثلث است.

ب) $S_{متوازی الاضلاع} =$ حاصل ضرب طول قطرها × سینوس زاویه بینشان × $\frac{۱}{۲} = ۳\times ۴\times \sin ۱۲۰^\circ \times \frac{۱}{۲} = ۱۲\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}\times\frac{۱}{۲} = \boxed{۳\sqrt{۳}} \rightarrow \boxed{۳\sqrt{۳}}$

$S_{متوازی الاضلاع} =$ حاصل ضرب طول قطرها × سینوس زاویه بینشان × $\frac{۱}{۲}$

۷

$y=mx+b \rightarrow \begin{cases} \text{در نقطه } Q \rightarrow ۴=۳m+b \\ \text{در نقطه } P \rightarrow ۲=\underbrace{-m}_{-m}+b \end{cases} \rightarrow ۲=۴m \rightarrow m=\frac{۱}{۲} \rightarrow b=۴-\frac{۳}{۲}=\frac{۵}{۲} \rightarrow b=\frac{۵}{۲}$

شیب خط $= m=\tan\theta=\frac{۱}{۲} \rightarrow \tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\frac{۱}{۲} \rightarrow ۲\sin\theta=\cos\theta$

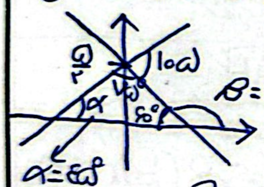
$\rightarrow \sin^۲\theta+\cos^۲\theta=۱ \rightarrow ۴\sin^۲\theta+\sin^۲\theta=۱ \rightarrow ۵\sin^۲\theta=۱ \rightarrow \sin^۲\theta=\frac{۱}{۵} \rightarrow \sin\theta=\frac{۱}{\sqrt{۵}}$

$\rightarrow \cos\theta=\frac{۲}{\sqrt{۵}}\times\frac{\sqrt{۵}}{\sqrt{۵}}=\frac{۲\sqrt{۵}}{۵} \rightarrow \boxed{\cos\theta=\frac{۲\sqrt{۵}}{۵}=\frac{۲}{\sqrt{۵}}}$

۸

$۲y=۲x+۵ \rightarrow y=x+\frac{۵}{۲} \rightarrow$ عرض از مبدأ / محل برخورد خط / با محورها $\rightarrow \frac{۵}{۲} \rightarrow$ چون دو خط همدیگر را در نقطه $\frac{۵}{۲}$ قطع می‌کنند پس عرض از مبدأ یا همان خط $y=mx+b$ هم $\frac{۵}{۲}$ است.

$\downarrow \frac{۵}{۲}$



$\left.\begin{matrix} y=ax+b \rightarrow a=\tan\alpha \\ y=x+\frac{۵}{۲} \end{matrix}\right\} \rightarrow \tan\alpha=۱ \rightarrow \alpha=۴۵^\circ$

$\left.\begin{matrix} y=mx+b \\ m=\tan\beta \end{matrix}\right\} \rightarrow m=\tan ۱۲۰^\circ=-\sqrt{۳} \rightarrow \begin{cases} m=-\sqrt{۳} \\ b=\frac{۵}{۲} \end{cases} \rightarrow y=mx+b \rightarrow y=-\sqrt{۳}x+\frac{۵}{۲}$

$\rightarrow m\times b=-\sqrt{۳}\times\frac{۵}{۲}=\frac{-۵\sqrt{۳}}{۲} \rightarrow m\times b=\boxed{\frac{-۵\sqrt{۳}}{۲}}=\frac{-۵\sqrt{۳}}{۲}$

۹

$f(\frac{۵\pi}{۶})=\cos(\pi+\frac{۵\pi}{۶})+\sin(\frac{\pi}{۲}-\frac{۵\pi}{۶})-\tan(\frac{۳\pi}{۲}+\frac{۵\pi}{۶})$

$\rightarrow f(\frac{۵\pi}{۶})=\cos(\frac{۱۱\pi}{۶})+\sin(\frac{-\pi}{۳})-\tan(\frac{۷\pi}{۳})$

$\rightarrow f(\frac{۵\pi}{۶})=\cos ۳۳۰^\circ+\sin ۳۰۰^\circ-\tan(\underbrace{\frac{\pi}{۳}}_{۶۰^\circ})=\frac{\sqrt{۳}}{۲}+\overset{(\frac{-\sqrt{۳}}{۲})}{(\frac{-\sqrt{۳}}{۲})}-\sqrt{۳}$

$=-\sqrt{۳}$

$\rightarrow f(\frac{۵\pi}{۶})=-\sqrt{۳}=\boxed{-\sqrt{۳}}$

۱۰

$\frac{\sin(\frac{۱۷\pi}{۲}+x)+\cos(\frac{۱۵\pi}{۲}-x)}{\cos(۳\pi+x)-\sin(۶\pi-x)}=\frac{\sin(\frac{\pi}{۲}+x)+\cos(\frac{۳\pi}{۲}-x)}{\cos(\pi+x)-\sin(۲\pi-x)}$

$\rightarrow \frac{\cos x-\sin x}{-\cos x-(-\sin x)}=\frac{\cos x-\sin x}{-\cos x+\sin x}=\frac{\cos x-\sin x}{-(\cos x-\sin x)}=\boxed{-۱}$

$=\boxed{-۱}$