نام و نام خانوادگی محمدرضا احمدی ...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۱ کلاس دهم ریاضی B ......

۱

$(1!+3!)\times(2!+4!)$

$\to(1+3\times2\times1)\times(2\times1+4\times3\times2\times1)$

$\to\underbrace{(1+6)}_{\text{رقم یکان ۷}}\times\underbrace{(2+24)}_{\text{رقم یکان ۶ است}}$

$5!=5\times4\times3\times2\times1=120\to$ بعد از $5!$ به دلیل وجود عامل ۲ و ۵ صفر رقم یکان است پس فقط باید قبل از $5!$ را به دست آوریم

$\to\underbrace{6\times7=42}_{\text{رقم یکان ۲}}$ $\to$ رقم یکان عبارت حاصل ۲ می باشد.

جواب $\to$ ۲

۲

الف) $\sqrt[4]{\frac{1}{4+\sqrt7}\times(1+\sqrt7)^2}=\sqrt[4]{\frac{7+1+2\sqrt7}{4+\sqrt7}}=\sqrt[4]{\frac{8+2\sqrt7}{4+\sqrt7}}=\sqrt[4]{\frac{2(4+\sqrt7)}{4+\sqrt7}}=\sqrt[4]{2}$

$=\sqrt[4]{2}\to\sqrt[4]{2}$

ب) $\frac{\sqrt2+\sqrt5}{\sqrt{10}+2}=\frac{\sqrt2+\sqrt5}{\sqrt2(\sqrt5+\sqrt2)}=\frac{1}{\sqrt2}=\frac{\sqrt2}{2}\to\frac{\sqrt2}{2}\left(\sqrt{3-\sqrt5}-\sqrt{3+\sqrt5}\right)$

$\to\frac12\left(\sqrt{6-2\sqrt5}-\sqrt{6+2\sqrt5}\right)=\frac12\left(\sqrt{(\sqrt5-1)^2}-\sqrt{(\sqrt5+1)^2}\right)=\frac12\left(\sqrt5-1-(\sqrt5+1)\right)$

$\to\frac12(\sqrt5-1-\sqrt5-1)=\frac12\times-2=\frac{-2}{2}=-1$

۳

الف) $\frac{2\sqrt2+3\sqrt3}{5-\sqrt6}\times\frac{5+\sqrt6}{5+\sqrt6}=\frac{10\sqrt2+2\sqrt{12}+15\sqrt3+3\sqrt{18}}{25-6}=\frac{10\sqrt2+4\sqrt3+15\sqrt3+9\sqrt2}{19}$

$\to\frac{19\sqrt2+19\sqrt3}{19}=\sqrt2+\sqrt3\to\sqrt2+\sqrt3-\frac{2}{\sqrt3-1}=\sqrt2+\sqrt3-\frac{2}{\sqrt3-1}\times\frac{\sqrt3+1}{\sqrt3+1}=\sqrt2+\sqrt3-\left(\frac{2\sqrt3+2}{2}\right)=\sqrt2+\sqrt3-\sqrt3-1$

$=\sqrt2-1$

ب) $\frac{\sqrt{27}-1}{4+\sqrt3}\times\frac{4-\sqrt3}{4-\sqrt3}=\frac{12\sqrt3-9-4+\sqrt3}{16-3}=\frac{13\sqrt3-13}{13}=\frac{13(\sqrt3-1)}{13}=\sqrt3-1$

$\frac{1}{2-\sqrt3}\times\frac{2+\sqrt3}{2+\sqrt3}=\frac{2+\sqrt3}{4-3}=2+\sqrt3\to\frac{\sqrt{27}-1}{4+\sqrt3}+(2-\sqrt3)^{-1}=\sqrt3-1+2+\sqrt3=2\sqrt3+1$

۴

الف) $\sqrt{\left(\sqrt{1+\sqrt3}+\sqrt{\sqrt3-1}\right)^2}=\sqrt{1+\sqrt3+\sqrt3-1+2\sqrt{3-1}}=\sqrt{2\sqrt3+2\sqrt2}\to\frac{\sqrt{2\sqrt3+2\sqrt2}}{\sqrt{\sqrt3-\sqrt2}}\times\frac{\sqrt{\sqrt3+\sqrt2}}{\sqrt{\sqrt3+\sqrt2}}$

$\to\frac{\sqrt{6+2\sqrt6+2\sqrt6+4}}{\sqrt{3-2}}=\frac{\sqrt{10+4\sqrt6}}{1}=\sqrt{(\sqrt6+2)^2}=\sqrt6+2\xrightarrow{-2}\sqrt6+2-2=\sqrt6$

ب) $\sqrt[12]{2^8}\times\sqrt[4]{3^4\times2}\times\sqrt[12]{2^{12}\times2}=3\times\sqrt[12]{2^8\times2^3\times2^{12}\times2}=3\times\sqrt[12]{2^{24}}=3\times2^2=3\times4=12$

$\to3\times\sqrt[12]{2^8\times2^3\times2^{12}\times2}$

$\to$ جواب $=12$

۵

$\frac{3^x(1+3+9+27+81+243)}{2^x\left(\frac14+\frac12+1+2+4+8\right)}=52\to\frac{3^x\times364}{2^x\times\frac{63}{4}}=52$

$\to3^x\times364=2^x\times819\to\frac{3^x}{2^x}=\frac{819}{364}\to\frac{3^x}{2^x}=\frac94\to\left(\frac32\right)^x=\left(\frac32\right)^2$

$\to x=2$

۶

$(a^2+b^2-2ab)^2(a^2+b^2+2ab)^2=((a^2+b^2)^2-(2ab)^2)^2=(a^4+b^4+2a^2b^2-4a^2b^2)^2$

$\to (a^4+b^4-2a^2b^2)^2 \to (\sqrt{6}-2+\sqrt{6}+2-2(\sqrt{6-2}\times\sqrt{6+2}))^2=(2\sqrt{6}-2\sqrt{6-4})=(2\sqrt{6}-2\sqrt{2})^2$

$\to (2\sqrt{6}-2\sqrt{2})^2=4(\sqrt{6}-\sqrt{2})^2=4(6+2-2\sqrt{12})=4(8-4\sqrt{3})=32-16\sqrt{3}=16(2-\sqrt{3})$

16

$\to 16(2-\sqrt{3})=t(2-\sqrt{3})\to t=16$

$t=16$

۷

$(a+\frac{1}{a}+\sqrt{2})^2(a+\frac{1}{a}-\sqrt{2})^2=((a+\frac{1}{a})^2-\sqrt{2}^2)^2=(a^2+\frac{1}{a^2}+2-2)^2=(a^2+\frac{1}{a^2})^2$

$\to a^4+\frac{1}{a^4}+2 \xrightarrow{a=\sqrt[4]{7-4\sqrt{3}}} 7-4\sqrt{3}+\frac{1}{7-4\sqrt{3}}+2=7-4\sqrt{3}+7+4\sqrt{3}+2$

$=14+2=16=2^4=2^t$

$\frac{1}{7-4\sqrt{3}}\times\frac{7+4\sqrt{3}}{7+4\sqrt{3}}=\frac{7+4\sqrt{3}}{49-48}=7+4\sqrt{3}$

$\to 2^t=2^4\Rightarrow t=4$

۸

$A=\sqrt[5]{4\sqrt[3]{16}}\times(\frac{1}{2})^{-\frac{4}{3}}=2^{\frac{2}{5}}\times2^{\frac{4}{15}}\times2^{\frac{4}{3}}=2^{\frac{6+4+20}{15}}=2^{\frac{30}{15}}=2^2$

$\to A=4\to(2A)^{-\frac{1}{3}}=8^{-\frac{1}{3}}=\frac{1}{\sqrt[3]{8}}=\frac{1}{2}$

$\to (2A)^{-\frac{1}{3}}=\frac{1}{2}$ جواب $\to \frac{1}{2}$

۹

$a^{\frac{1}{7}}=3^3\times a^{\frac{15}{7}}\to a^{\frac{14}{7}}=3^{-3}\to a^2=3^{-3}\to a=3^{-\frac{3}{2}}\to a=\frac{1}{3\sqrt{3}}$

$\to \frac{1}{a}-3=3\sqrt{3}-3\to \frac{\frac{1}{a}-3}{1+\sqrt{3}}=\frac{3\sqrt{3}-3}{1+\sqrt{3}}\times\frac{1-\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}=\frac{3\sqrt{3}-9-3+3\sqrt{3}}{1-3}$

$=\frac{6\sqrt{3}-12}{-2}=\frac{12-6\sqrt{3}}{2}$

$\to \frac{2(6-3\sqrt{3})}{2}=6-3\sqrt{3}$

۱۰

$\sqrt{x+a}-\sqrt{x-4}=2\to(\sqrt{x+a}-\sqrt{x-4})(\sqrt{x+a}+\sqrt{x-4})=2(\sqrt{x+a}+\sqrt{x-4})$

$\xrightarrow{\text{مزدوج}} x+a-(x-4)=2(\sqrt{x+a}+\sqrt{x-4})\to x+a-x+4=2(\sqrt{x+a}+\sqrt{x-4})$

$\to a+4=2(\sqrt{x+a}+\sqrt{x-4})\to(\sqrt{x+a}+\sqrt{x-4})=\frac{a}{2}+2\to$

$\xrightarrow[\text{کم می‌کنیم}]{\text{از دو طرف دو تا}} \sqrt{x+a}+\sqrt{x-4}-2=\frac{a}{2}$

جواب $\to \frac{a}{2}$