آرین شفازاده دهم ریاضی B

$\underline{\underline{۲۰}}$

۱) $(۱+۶+۰+۰+\dots)(۲+۴+۰\dots) = \overset{۴۲}{۷\times۶} \xrightarrow{\text{یکان}} \boxed{۲}$ ✓ ②

---

۲) الف)

$\sqrt{۱+\sqrt{۷}} = \sqrt[۴]{(۱+\sqrt{۷})^۲} = \sqrt[۴]{۸+۲\sqrt{۷}}$

$\sqrt[۴]{\frac{۱}{\cancel{(۴+\sqrt{۷})}_{۲}} \times \cancel{(۸+۲\sqrt{۷})}} = \boxed{\sqrt[۴]{۲}}$ ✓

②

ب)

$(\sqrt{۳-\sqrt{۵}} - \sqrt{۳+\sqrt{۵}})^۲ = ۳-\cancel{\sqrt{۵}}+۳+\cancel{\sqrt{۵}}-۴ = ۲ \rightarrow -\sqrt{۲}$

$\left(\frac{\sqrt{۲}+\sqrt{۵}}{\sqrt{۱۰}+۲}\right)^۲ = \frac{۷+۲\sqrt{۱۰}}{۱۴+۴\sqrt{۱۰}} = \frac{۱}{۲} \rightarrow \frac{۱}{\sqrt{۲}}$

$\sqrt{\frac{۱}{\sqrt{۲}}} \times -\sqrt{۲} = \boxed{-۱}$ ✓

---

۳) الف)

$\frac{۲\sqrt{۲}+۳\sqrt{۳}}{۵-\sqrt{۶}} - \frac{۲}{\sqrt{۳}-۱} = \sqrt{۲}+\sqrt{۳}-\sqrt{۳}-۱ = \boxed{\sqrt{۲}-۱}$ ✓

$\frac{۲}{\sqrt{۳}-۱} \times \frac{\sqrt{۳}+۱}{\sqrt{۳}+۱} = \frac{۲\sqrt{۳}+۲}{۲} = \sqrt{۳}+۱$

$\frac{۲\sqrt{۲}+۳\sqrt{۳}}{۵-\sqrt{۶}} \times \frac{۵+\sqrt{۶}}{۵+\sqrt{۶}} = \frac{۱۰\sqrt{۲}+۴\sqrt{۳}+۱۵\sqrt{۳}+۹\sqrt{۲}}{۲۵-۶} = \frac{۱۹\sqrt{۲}+۱۹\sqrt{۳}}{۱۹} = \frac{\cancel{۱۹}(\sqrt{۲}+\sqrt{۳})}{\cancel{۱۹}}$

②

ب)

$$\frac{۳\sqrt{۳}-۱}{۴+\sqrt{۳}}+\frac{۱}{۲-\sqrt{۳}}=\sqrt{۳}-۱+۲+\sqrt{۳}=\boxed{۲\sqrt{۳}+۱}$$ ✓

$$\frac{۳\sqrt{۳}-۱}{۴+\sqrt{۳}}\times\frac{۴-\sqrt{۳}}{۴-\sqrt{۳}}=\frac{۱۲\sqrt{۳}-۹-۴+\sqrt{۳}}{۱۳}=\frac{۱۳\sqrt{۳}-۱۳}{۱۳}=\sqrt{۳}-۱$$

$$\frac{۱}{۲-\sqrt{۳}}\times\frac{۲+\sqrt{۳}}{۲+\sqrt{۳}}=\frac{۲+\sqrt{۳}}{۱}$$

۴) الف)

$$\frac{\sqrt{۱+\sqrt{۳}}+\sqrt{\sqrt{۳}-۱}}{\sqrt{\sqrt{۳}-\sqrt{۲}}}-۲=\sqrt{۶}+\cancel{۲}-\cancel{۲}=\boxed{\sqrt{۶}}$$ ✓

$$\left(\frac{\sqrt{۱+\sqrt{۳}}+\sqrt{\sqrt{۳}-۱}}{\sqrt{\sqrt{۳}-\sqrt{۲}}}\right)^{۲}=\frac{\cancel{۱}+\sqrt{۳}+\sqrt{۳}\cancel{-۱}+۲\sqrt{۲}}{\sqrt{۳}-\sqrt{۲}}=\frac{۲(\sqrt{۳}+\sqrt{۲})}{\sqrt{۳}-\sqrt{۲}}\times\frac{\sqrt{۳}+\sqrt{۲}}{\sqrt{۳}+\sqrt{۲}}=\frac{۲(\sqrt{۳}+\sqrt{۲})^{۲}}{۱}$$

$$\Rightarrow\sqrt{۲(\sqrt{۳}+\sqrt{۲})^{۲}}=\sqrt{۶}+۲$$

②

ب)

$$(۲^{\frac{۸}{۳}})^{\frac{۱}{۴}}\times\sqrt[۴]{\underset{۳^{۴}}{۸۱}\times۲}\times۲\sqrt[۳]{\sqrt[۴]{۲}}$$

$$=۲^{\frac{۲}{۳}}\times۳\times۲^{\frac{۱}{۴}}\times۲\times۲^{\frac{۱}{۱۲}}=۲\times۲\times۳=\boxed{۱۲}$$ ✓

ب)

$$\frac{۳^{۹}(۱+۳+۹+۳^{۳}+۳^{۴}+۳^{۵})}{۲^{۹}(۲^{-۲}+۲^{-۱}+۱+۲+۲^{۲}+۲^{۳})}=\frac{۳^{۹}\times۱\left(\frac{۳^{۶}-۱}{۲}\right)}{۲^{۹}\times\frac{۱}{۴}\left(\frac{۲^{۶}-۱}{۱}\right)}=\frac{۳^{۹}\times\frac{۳۶۴}{۱}}{۲^{۹}\times\frac{۶۳}{۴}}=\frac{۳^{۹}}{۲^{۹}}\times\frac{\overset{۵۲}{\cancel{۳۶۴}}\times۴}{\underset{۹}{\cancel{۶۳}}}$$

②

$$\Rightarrow\frac{۳^{۹}}{۲^{۹}}\times\frac{\cancel{۵۲}\times۴}{۹}=\cancel{۵۲}\Rightarrow\left(\frac{۳}{۲}\right)^{۹}\times\frac{۴}{۹}=۱/۵^{۷}$$ ✓

۶)

۳

$$(\underbrace{a^۲+b^۲}-۲\underbrace{ab})^۲(a^۲+b^۲+۲ab)^۲=(a-b)^۴(a+b)^۴$$

$$=(a^۲-b^۲)^۴=((\sqrt{\sqrt{۶}-۲}-\sqrt{\sqrt{۶}+۲})^۲)^۲=(۲\sqrt{۶}-۲\sqrt{۲})^۲=(۲(\sqrt{۶}-\sqrt{۲}))^۲$$

$$=۴(\sqrt{۶}-\sqrt{۲})^۲=۴(۶+۲-۲\sqrt{۱۲})=۴(۸-۲\sqrt{۱۲})=۱۶(۲-\sqrt{۳})$$

$$=t(۲-\sqrt{۳}) \;,,\; \boxed{t=۱۶} \checkmark$$

---

۷)

$$(a+\frac{۱}{a}+\sqrt{۲})^۲(a+\frac{۱}{a}-\sqrt{۲})^۲=((a+\frac{۱}{a})^۲-۲)^۲$$

$$=(a^۲+\frac{۱}{a^۲}+\cancel{۲}-\cancel{۲})^۲=(a^۲+\frac{۱}{a^۲})^۲=a^۴+\frac{۱}{a^۴}+۲=۷-۴\sqrt{۳}+\frac{۱}{۷-۴\sqrt{۳}}+۲$$

$$\frac{۹۷-۵۶\sqrt{۳}+۱+۱۴-۸\sqrt{۳}}{۷-۴\sqrt{۳}}=\frac{۱۱۲-۶۴\sqrt{۳}}{۷-۴\sqrt{۳}} \checkmark =\frac{۱۶(\cancel{۷-۴\sqrt{۳}})}{(\cancel{۷-۴\sqrt{۳}})}=۱۶=۲^t$$

۲

$$\boxed{,, t=۴}$$

---

۸)

$$A=(۲^۲\times۲^{\frac{۴}{۳}})^{\frac{۱}{۵}}\times۲^{\frac{۴}{۳}}=(۲^{\frac{۱۰}{۳}})^{\frac{۱}{۵}}\times۲^{\frac{۴}{۳}} \checkmark =۲^{\frac{۲}{۳}}\times۲^{\frac{۴}{۳}}=۲^۲=۴$$

۲

$$\Rightarrow \sqrt[۳]{۸^{-۱}}=\sqrt[۳]{\frac{۱}{۸}}=\boxed{\frac{۱}{۲}}$$

---

۹)

۲

$$a^{\frac{۱}{۷}}=۳^۳(a^{\frac{۱۵}{۷}})\Rightarrow\frac{a^{\frac{۱}{۷}}}{a^{\frac{۱۵}{۷}}}=a^{-\frac{۱۴}{۷}}=۲۷\Rightarrow a^{-۲}=۲۷$$

$$\Rightarrow a^۲=\frac{۱}{۲۷}\Rightarrow a=\frac{۱}{۳\sqrt{۳}} \checkmark$$

$$\Rightarrow\frac{۳\sqrt{۳}-۳}{۱+\sqrt{۳}}=\frac{۳(\sqrt{۳}-۱)}{(۱+\sqrt{۳})}\times\frac{(۱-\sqrt{۳})}{(۱-\sqrt{۳})}=\frac{۳(۲\sqrt{۳}-۴)}{-۲}=\frac{۳(۴-۲\sqrt{۳})}{۲}=۳(۲-\sqrt{۳})$$

$$=۶-۳\sqrt{۳}$$

(۱۰

$$\underbrace{\sqrt{x+a}}_{m} - \underbrace{\sqrt{x-۴}}_{n} = ۲ \Rightarrow m-n=۲$$

$$\Rightarrow m^۲-n^۲ = (\overset{۲}{\cancel{m-n}})(m+n) = x+a-x+۴ = \cancel{a}+۴$$

✓ ۲

$$۲(m+n) = a+۴ \Rightarrow m+n = \frac{a+۴}{۲}$$

$$\Rightarrow \overset{x}{} \sqrt{x+a} - \sqrt{x-۴} - ۲ = m+n-۲ = \frac{a+\cancel{۴}}{۲} - \cancel{\frac{۴}{۲}} = \boxed{\frac{a}{۲}}$$