

در برانتز سمت چپ از ۱۵ به عقب، به دلیل وجود دو عامل ۲ و ۵، یکان صفری ستود. پس:

$$\text{یکان عبارت برانتز چپ} = ۱! + ۳! = ۱ + ۶ = ۷ \quad (۱)$$

در برانتز سمت راست از ۶! به عقب، به دلیل وجود دو عامل ۲ و ۵، یکان صفری ستود. پس:

$$\text{یکان عبارت برانتز راست} = ۶ = ۲! + ۴! = ۲ + ۲۴ = ۲۶ \Rightarrow \quad (۲)$$

$$\boxed{۲ = \text{رقم یکان کل عبارت} \Rightarrow ۷ \times ۶ = ۴۲ \Rightarrow (۱), (۲)}$$

$$\text{الف)} \sqrt[۴]{(۴+\sqrt{۵})^{-۱}} \sqrt[۴]{(۱+\sqrt{۵})^۲} = \sqrt[۴]{\frac{1}{۴+\sqrt{۵}} \times (۱+\sqrt{۵})^۲} = \sqrt[۴]{\frac{1}{۴+\sqrt{۵}} \times ۲(۴+\sqrt{۵})} = \sqrt[۴]{۲} \quad (۳)$$

$$\text{ب)} \frac{\sqrt{۳}+\sqrt{۵}}{\sqrt{۲}(\sqrt{۴}+\sqrt{۵})} (\sqrt{۳}-\sqrt{۵} - \sqrt{۳}+\sqrt{۵}) = \frac{\sqrt{۳}-\sqrt{۵} - \sqrt{۳}+\sqrt{۵}}{\sqrt{۲}} = A$$

$$A^۲ = \frac{۳-\sqrt{۵} + ۳\sqrt{۵} - ۲\sqrt{۹-۵}}{۲} = \frac{۹-۴}{۲} = ۱ \Rightarrow A < ۰ \Rightarrow A = -۱ \Rightarrow \text{محل عبارت}$$

$$\text{الف)} \frac{(\sqrt{۲}+\sqrt{۳})(۴+۳-\sqrt{۶})}{۵-\sqrt{۶}} - ۲(\sqrt{۳}-۱)^{-۱} = \sqrt{۲}+\sqrt{۳} - ۲ \times \frac{1}{\sqrt{۳}-۱} \times \frac{\sqrt{۳}+۱}{\sqrt{۳}+۱}$$

$$= \sqrt{۲}+\sqrt{۳}-\sqrt{۳}-۱ = \sqrt{۲}-۱$$

$$\text{ب)} \frac{(\sqrt{۳}-۱)(۳+۱+\sqrt{۳})}{۴+\sqrt{۳}} + \frac{1}{۲-\sqrt{۳}} = (\sqrt{۳}-۱) + \frac{۲+\sqrt{۳}}{\frac{۴-۳}{۱}} = ۲\sqrt{۳}+۱$$

$$\text{الف)} \frac{\sqrt{۱+\sqrt{۳}} + \sqrt{\sqrt{۳}-۱}}{\sqrt{\sqrt{۳}-۲}} = A \Rightarrow A^۲ = \frac{۱+\sqrt{۳}+\sqrt{۳}-۱}{\sqrt{۳}-۲} = \frac{۲\sqrt{۳}+۲\sqrt{۲}}{\sqrt{۳}-۲} = \frac{۲\sqrt{۳}+۲\sqrt{۲}}{\sqrt{۳}-۲} \times \frac{(\sqrt{۳}+۲)}{(\sqrt{۳}+۲)}$$

$$= \frac{۴+۲\sqrt{۶}+۲\sqrt{۶}+۴}{۳-۲} = ۱۰+۴\sqrt{۶} \Rightarrow A > ۰ \Rightarrow A = \sqrt{۱۰+۴\sqrt{۶}} = \sqrt{(\sqrt{۶}+۲)^۲} = \sqrt{۶}+۲$$

$$\Rightarrow A-۲ = \sqrt{۶}+۲-۲ = \sqrt{۶}$$

$$\text{ب)} \sqrt[۱۲]{۲^۸} \times \sqrt[۴]{۳^۴ \times ۲} \times \sqrt[۱۲]{۲^{۱۳}} = \sqrt[۱۲]{۲^۸ \times ۳^{۱۲} \times ۲^۳ \times ۲^{۱۳}} = ۲^۲ \times ۳ = ۱۲$$

$$\frac{۳^۸(۳^۰+۳^۱+۳^۲+۳^۳+۳^۴+۳^۵)}{۲^۸(۲^{-۲}+۲^{-۱}+۲^۰+۲^۱+۲^۲+۲^۳)} = ۵۲ \Rightarrow \frac{۳^۸ \times (1 \times \frac{۳^۶-1}{۳-1})}{۲^۸ \times (\frac{۲^{-۲}-1}{۲-1})} = ۵۲$$

$$\Rightarrow \left(\frac{۳}{۲}\right)^۸ \times \frac{۳۶۴}{۹۲} = ۵۲ \Rightarrow \left(\frac{۳}{۲}\right)^۸ = ۵۲ \times \frac{۹۲}{۳۶۴} = \frac{۹}{۴} \Rightarrow (۹=۲)$$

$$(a-b)^r (a+b)^r = (a^r - b^r)^r = a^r + b^r - r a^r b^r = \sqrt{9} - 2 + \sqrt{9} + 2 -$$

$$\frac{2\sqrt{9} - 2\sqrt{2}}{2\sqrt{9} - 2\sqrt{2}} \cdot \frac{2\sqrt{9} + 2\sqrt{2}}{2\sqrt{9} + 2\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{9} - 2\sqrt{2}}{2\sqrt{9} + 2\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{9} - 2\sqrt{2} = \sqrt{9} (2 - \sqrt{2}) + \sqrt{2} =$$

$$(2 - \sqrt{2}) (\sqrt{9} + \frac{\sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}}) = (2 - \sqrt{2}) (\sqrt{9} + \frac{\sqrt{2} (2 + \sqrt{2})}{2 - \sqrt{2}})$$

$$= (2 - \sqrt{2}) (2\sqrt{2} + 2\sqrt{9}) = \frac{t = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{9}}{2\sqrt{2} (1 + \sqrt{2})}$$

$$a = \sqrt[3]{(2 - \sqrt{2})^r} = \sqrt{2 - \sqrt{2}}$$

$$(a + \frac{1}{a} + \sqrt{2})^r (a + \frac{1}{a} - \sqrt{2})^r = (a^r + \frac{1}{a^r} + \sqrt{2})^r$$

$$\Rightarrow (a^r + \frac{1}{a^r})^r = (2 - \sqrt{2} + \frac{1}{2 - \sqrt{2}})^r = (2 - \sqrt{2} + \frac{2 + \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}})^r = 2^r = 16$$

$$\Rightarrow 2^r = 16 = 2^4 \Rightarrow \boxed{r = 4}$$

$$A = \sqrt[10]{r^{10}} \times (r^{-1})^{-\frac{5}{r}} = \sqrt[10]{r^{10}} \times r^{\frac{5}{r}} = r^{\frac{10}{10}} \times r^{\frac{5}{r}} = r^{\frac{5}{r}} = r$$

$$(rA)^{-\frac{1}{r}} = r^{-\frac{1}{r}} = \frac{1}{\sqrt[r]{r}} = \frac{1}{r}$$

$$\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}} = r^{\frac{1}{2}} \times a^{\frac{1}{2}} \xrightarrow{a > 0} 1 = r^{\frac{1}{2}} \times a^{\frac{1}{2}} \Rightarrow r \sqrt{a} = 1$$

$$\Rightarrow a^r = \frac{1}{r\sqrt{a}} \Rightarrow a = \frac{\sqrt{r}}{a} \Rightarrow \frac{1}{a} = \frac{a}{\sqrt{r}} = r\sqrt{r} \Rightarrow \frac{1}{a} - r = r\sqrt{r} - r$$

$$\frac{r\sqrt{r} - r}{\sqrt{r} + 1} = \frac{r(\sqrt{r} - 1)}{\sqrt{r} + 1} \times \frac{\sqrt{r} - 1}{\sqrt{r} - 1} = \frac{r(1 + 1 - r\sqrt{r})}{r} = \frac{2 - r\sqrt{r}}{r} = 4 - 3\sqrt{r}$$

$$(\sqrt{n+a} - \sqrt{n-b})(\sqrt{n+a} + \sqrt{n-b}) = r(\sqrt{n+a} + \sqrt{n-b}) \Rightarrow$$

$$n+a - n+b = r(\sqrt{n+a} + \sqrt{n-b}) \Rightarrow \sqrt{n+a} + \sqrt{n-b} = \frac{a+b}{r} \Rightarrow$$

$$\sqrt{n+a} + \sqrt{n-b} - r = \frac{a+b}{r} - r = \frac{a+b-r^2}{r} = \frac{a}{r}$$