نام و نام خانوادگی .... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۲ کلاس ۲۰

۱

$x^2 - 5x + 2 = 0 \rightarrow \alpha^2 = 5\alpha - 2 ,\quad \beta^2 = 5\beta - 2$

$\alpha + \beta = 5$

$\alpha\beta = 2 \rightarrow \alpha = \frac{2}{\beta} ; \quad 4\alpha = \frac{8}{\beta}$

$4\alpha = 4(5-\beta) = 20 - 4\beta$

$\beta^3 = \beta(\beta^2) = \beta(5\beta - 2) = 5\beta^2 - 2\beta = 23\beta - 10$

$\beta^5 = \beta(\beta^4) = \beta((5\beta-2)^2) = \beta(25\beta^2 - 20\beta + 4) = 25\beta^3 - 20\beta^2 + 4\beta =$

$\underbrace{25(23\beta - 10)}_{575 - 250} - 20(5\beta - 2) + 4\beta = 479\beta - 210$

$\frac{(20-4\beta)(479\beta - 210)}{5\beta^2} = \frac{475\beta - 190}{5\beta^2} = 19$

۲

۲

$(3, -4)$

$(-1.5, -4)$

$\frac{3 + -1.5}{2} = 0.75 \quad x_s = 0.75$ میانگین ریشه‌ها

$\frac{\alpha + \beta}{2} = 0.75 \rightarrow \alpha + \beta = 1.5$

نقاط هم‌عرض هستند پس x_s یا طول رأس سهمی برابر میانگین طول‌هاست یعنی:

۲

۳

$x^2 + 2kx + 5 = 0 \rightarrow a = 1 ,\ b = 2k ,\ c = 5$

$|\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{4}{3}k \rightarrow \sqrt{4k^2 - 20} = \frac{4}{3}k$

$4k^2 - 20 = \frac{16}{9}k^2$

$\frac{20}{9}k^2 = 20 \rightarrow k^2 = 9 \rightarrow k = 3 ,\quad k = -3$ غ ق ق

$\left[\frac{k^2}{2}\right]$ مقدار

$\left[\frac{k^2}{2}\right] = \left[\frac{9}{2}\right] = [4.5] = 4$

۲

۴

$\left.\begin{matrix} A(3, 9) \\ B(-5, 9) \end{matrix}\right\} \xrightarrow{\text{هم عرض}} x_s = \frac{3 + (-5)}{2} = -1 \quad y_s = 1$ مختصات راس $(-1, 1)$

$y = a(x-h)^2 + k \rightarrow y = a(x+1)^2 + 1$

$y = 0 \rightarrow 0 = a(x+1)^2 \rightarrow a(x+1)^2 = -1 \rightarrow (x+1)^2 = -\frac{1}{a} \rightarrow \alpha = -1 + \sqrt{-\frac{1}{a}} ,\quad \beta = -1 - \sqrt{-\frac{1}{a}}$

$x = 0 \rightarrow y = a(0+1)^2 + 1 \rightarrow \frac{a}{-\frac{2}{3}} + 1 = \frac{1}{3}$

$\left\{\begin{matrix} \alpha + \beta = -2 \\ \alpha\beta = 1 + \frac{1}{a} = -\frac{1}{2} \end{matrix}\right.$

$\alpha^2 + \beta^2 = 5$

$(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 5$

$2\alpha\beta = -1$

$\alpha\beta = -\frac{1}{2}$

$\frac{1}{a} = -\frac{3}{2} \rightarrow a = -\frac{2}{3}$

۲

۵

$x^2 + 5x + m = 0$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \rightarrow \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 4m}}{-2} < \frac{9}{2} \rightarrow \pm\sqrt{25 + 4m} < 4$

$0 < 25 + 4m < 16 \rightarrow -25 < 4m < -9 \rightarrow -6.25 < m < -2.25$

$m \in \{-6, -5, -4, -3\} \leftarrow$ مقادیر صحیح m

۲

۶

$y = mx^2 - 12x + 5m - 1 \to x_s = -\frac{b}{2a} = \frac{12}{2m} = \frac{6}{m}$ ($a = m$, $b = -12$)

$y_{min} = 2 \longrightarrow y_{min} = a\left(\frac{-b}{2a}\right)^2 + b\left(-\frac{b}{2a}\right) + c \to y_{min} = m\left(\frac{6}{m}\right)^2 - 12\,\frac{6}{m} + 5m - 1$

$y_{min} = -\frac{36}{m} + 5m - 1$

$y_{min} = 2 = -\frac{36}{m} + 5m - 1$

$-\frac{36}{m} + 5m - 3 = 0 \xrightarrow{\times m} -36 + 5m^2 - 3m = 0$

$5m^2 - 3m - 36 = 0$

$x_s = 2 \longleftarrow m = 3$

$x_s = -\frac{5}{2} \longleftarrow m = -\frac{12}{5}$

2

۷

$x^2 + 2(a+1)x + 2a - 1 = 0$

$a^2 = \alpha\beta$

$\alpha\beta = \frac{c}{a} = 2a - 1 \to 2a - 1 = a^2 \to a^2 - 2a + 1 = 0 \Rightarrow (a-1)^2 = 0 \to a = 1$

$x^2 + 2(1+1)x + 2(1) - 1 \longrightarrow x^2 + 4x + 1 = 0$

$\alpha = -2 + \sqrt{3}$

$\beta = -2 - \sqrt{3}$

2

۸

$x^4 - 7x^2 - 5 = 0 \longrightarrow t^2 - 7t - 5 = 0 \longrightarrow t = \frac{7 + \sqrt{69}}{2}$

$\frac{7 - \sqrt{69}}{2}$ غیر قابل قبول

چون t را x^2 فرض کردیم در صورت منفی t ، x^2 معنی ندارد

$x^2 = \frac{7 + \sqrt{69}}{2}$

$x = \pm\sqrt{\frac{7 + \sqrt{69}}{2}} \longrightarrow$ جمع ریشه‌ها $= 0$

ضرب ریشه‌ها $= \sqrt{t}\cdot(-\sqrt{t}) = -t \to -t = \frac{-7 - \sqrt{69}}{2} =$ ضرب ریشه‌ها $= p = \frac{7 + \sqrt{69}}{2}$

مقدار $2p^2 - 3sp + 2s$

$2p^2 - 3sp + 2s = 2p^2 = 2\left(\frac{49 + 14\sqrt{69} + 69}{4}\right) = \frac{118 + 14\sqrt{69}}{2} = 59 + 7\sqrt{69}$

2

۹

$y = kx^2 - 4x - 6 \longrightarrow y = -4x - 4$ رأس سهمی روی $\longrightarrow x_s = -\frac{b}{2a} = \frac{4}{2k} = \frac{2}{k}$

$y_s = k\left(\frac{2}{k}\right)^2 - 4\left(\frac{2}{k}\right) - 6 = \frac{4}{k} - \frac{8}{k} - 6 \Rightarrow y_s = -\frac{4}{k} - 6$

2

$y_{خط} = -4x - 4 = -4\left(\frac{2}{k}\right) - 4 = -\frac{8}{k} - 4 \xrightarrow{y_s = y_{خط}} -\frac{8}{k} - 4 = -6 - \frac{4}{k}$

$\Rightarrow -\frac{4}{k} = -2 \to k = 2$

$y_s = -\frac{4}{k} - 6 = -\frac{4}{2} - 6 = -8$ جواب آخر

۱۰

$mx^2 + mx + 1 = -m - x$

روی هیچ نقطه‌ای نیفتند (قطع نکنند) ← یعنی $\Delta < 0$

$-mx^2 - mx + m + x + 1 = 0 \longrightarrow -mx^2 + (m+1)x - m + 1 = 0$

$(m+1)^2 + 4m(m+1) < 0 \longrightarrow 5m^2 + 6m + 1 < 0$

$m^2 + 2m + 1 + 4m^2 + 4m = 5m^2 + 6m + 1$

$(m+1)(5m+1) < 0$ → $m = -\frac{1}{5}$ ، $m = -1$

$-1 < m < -\frac{1}{5} \longrightarrow$ درحدود m هیچ عدد صحیحی نیست

2

m		-1		$-\frac{1}{5}$	
	$+$	0	$-$	0	$+$

$m \in \left(-1, -\frac{1}{5}\right)$