Subject: آرین نصیری Date: ۲۰

۱- $α$ و $β \rightarrow x^۲-۵x+۲=۰ \Rightarrow α+β=-۵ , αβ=۲ \Rightarrow P=۲$ و $β=\frac{۲}{۹}$

ریشه ها

$\frac{۴α+β^۵}{۵β^۲}=?$ $\frac{۴}{۵}\times\frac{α}{β^۲}+\frac{β^۲}{۵}=\frac{α^۳}{۵}+\frac{β^۳}{۵}=\frac{S^۳-۳PS}{۵}=\frac{-۱۲۵-۳\times۲\times-۵}{۵}$

$=\frac{-۹۵}{۵}=\boxed{-۱۹}$ ✓ ۲

---

۲- $(۳,-۴)$ و $(-۱/۵,-۴)$

داتع در تابع درجه ۲

$x_1-y=x_2-y$

$\Rightarrow \frac{-۱/۵+۳}{۲}=\frac{۳}{۴} \Rightarrow$ طول رأس سهمی ۲

$\frac{۳}{۴}\times۲=\boxed{\frac{۳}{۲}}$ جمع ریشه‌ها ✓

---

۳- $x^۲-۲kx+۵=۰ \rightarrow$ اختلاف ریشه‌ها $=\frac{۴}{۳}k$

$\left[\frac{k^۲}{۲}\right]=?$ $\sqrt{۴k^۲-۲۰}=\frac{۴}{۳}k \Rightarrow \frac{۱۶}{۹}k^۲=۴k^۲-۲۰ \Rightarrow ۱۶k^۲=۳۶k^۲-۱۸۰ \Rightarrow ۲۰k^۲=۱۸۰$

$\Rightarrow k^۲=۹ \Rightarrow k=۳$

$\left(\frac{k^۲}{۲}\right)=\frac{۹}{۲}=\boxed{۴}$ ✓ ۲

---

۴- $x_s=\frac{۳+(-۵)}{۲}=\frac{-۲}{۲}=-۱$ طول رأس $\Rightarrow \frac{-b}{۲a}=-۱ \rightarrow b=۲a$ $y_s=\frac{-Δ}{۴a}=\frac{۴ac-b^۲}{۴a}=c-a=۱$

$α+β=\frac{-b}{a}=\frac{-۲a}{a}=-۲ \Rightarrow (α+β)^۲=α^۲+β^۲+۲αβ \Rightarrow ۲αβ=-۱ \Rightarrow αβ=\frac{-۱}{۲}=\frac{c}{a}$

$αβ=-\frac{۱}{۲}=\frac{a+۱}{a}$

$y=ax^۲+۲ax+a+۱ \Rightarrow y=a+۱ \xrightarrow{a=-\frac{۲}{۳}} y=\frac{-۲}{۳}+۱=\boxed{\frac{۱}{۳}}$ ✓

$-a=۲a+۲$

$۳a=-۲$

$a=-\frac{۲}{۳}$

۲

---

۵- $\Rightarrow x^۲+۵x+m=۰ \xrightarrow{x-۱} x^۲-۵x-m=۰ \xrightarrow{Δ>۰} (b^۲-۴ac>۰ \rightarrow ۲۵+۴m>۰ \Rightarrow ۴m>-۲۵$

$m>-۶/۲۵ \Rightarrow \xrightarrow{x=\frac{۹}{۲}} \left(\frac{۹}{۲}\right)^۲-۵\left(\frac{۹}{۲}\right)-m=۰ \rightarrow \frac{۸۱}{۴}-\frac{۴۵}{۲}-m=۰ \rightarrow \frac{۸۱-۹۰}{۴}=m$

$m<-۲/۲۵ \Rightarrow \left.\begin{matrix} m>-۶/۲۵ \\ m<-۲/۲۵ \end{matrix}\right\} \longrightarrow -۶/۲۵<m<-۲/۲۵$ $\Rightarrow m=-۲/۲۵$

$\Rightarrow$ اعداد صحیح $\Rightarrow -۶$ و $-۵$ و $-۴$ و $-۳ \Rightarrow$ ۴ عدد ✓ ۲

s.a.m

$\min \left| \begin{matrix} x_s \\ y_s \end{matrix} \right. \Rightarrow m > 0 \rightarrow x = \frac{-b}{۲a} = \frac{-(-۱۲)}{۲m} = \frac{۶}{m} \rightarrow y = mx^۲ - ۱۲x + ۵m - ۱$ −۶

$m = ۲ \Rightarrow x = \frac{-b}{۲a} = -\frac{-۱۲}{۲a} = ۲ \rightarrow x_s = ۲ \Rightarrow y = m\left(\frac{۶}{m}\right)^۲ - ۱۲ \times \frac{۶}{m} + ۵m - ۱ =$ ۴

$= \frac{۳۶}{m} - \frac{۷۲}{m} + ۵m - ۱ = \frac{-۳۶}{m} + ۵m - ۱ = y_{min} = ۲ \rightarrow \frac{-۳۶}{m} + ۵m = ۳$

$\times m$

$\Rightarrow -۳۶ + ۵m^۲ = ۳m \rightarrow ۵m^۲ - ۳m - ۳۶ = ۰ \longrightarrow \Delta = b^۲ - ۴ac = (-۳)^۲ - (۲۰ \times -۳۶)$

$= ۷۲۹ \Rightarrow m = \frac{-b \mp \sqrt{\Delta}}{۲a} = \frac{۳ \pm ۲۷}{۱۰}$ $\rightarrow m = \frac{۳۰}{۱۰} = ۳$ ✓ $\rightarrow m = \frac{-۲۴}{۱۰} = -۲٫۴ \times$ $m = ۳ \Rightarrow x = \frac{-b}{۲a} = \frac{۱۲}{۶} = \boxed{۲}$ ✓

---

$\alpha\beta = a^۲ \rightarrow$ ضرب ریشه‌ها $= a^۲ \rightarrow \frac{c}{a} = a^۲ \Rightarrow \frac{c}{۱} = a^۲ \Rightarrow c = a^۲ \Rightarrow ۲a - ۱ = a^۲$ −۷

$\Rightarrow a^۲ - ۲a + ۱ = ۰ \Rightarrow (a-۱)^۲ = ۰ \Rightarrow \boxed{a = ۱}$ ✓ ۲

$(a-۱)^۲ = ۰ \Rightarrow \boxed{a = ۱}$

---

$x^۴ - ۷x^۲ - ۵ = ۰ \xrightarrow{x^۲ = t} t^۲ - ۷t - ۵ = ۰ \rightarrow p = \frac{c}{a} = -۵ < ۰$ ۸ ۲

$x^۲ = t_۱ > ۰ \Rightarrow x_{۱,۲} = \pm\sqrt{t_۱}$ | $\Rightarrow x_۱ + x_۲ = ۰ \Rightarrow S = ۰$

$x^۲ = t_۲ < ۰ \Rightarrow x \in \mathbb{R}$ | $P = x_۱ \times x_۲ = \sqrt{t_۱} \times (-\sqrt{t_۱}) = -t_۱ \Rightarrow p^۲ = t_۱^۲$

$t^۲ - ۷t - ۵ = ۰ \rightarrow t = \frac{۷ \pm \sqrt{۴۹ + ۲۰}}{۲} = \frac{۷ \pm \sqrt{۶۹}}{۲} \rightarrow t_۱ = \frac{-۷ + \sqrt{۶۹}}{۲} \rightarrow p^۲$

$p^۲ = \frac{۵۹ + ۷\sqrt{۶۹}}{۲}$

$\rightarrow ۲p^۲ - ۳pS + ۲S = ۵۹ + ۷\sqrt{۶۹} = \boxed{۵۹ + ۷\sqrt{۶۹}}$ ✓

---

$y = kx^۲ - ۴x - ۶ \rightarrow x = \frac{-b}{۲a} = \frac{-(-۴)}{۲k} = \frac{۴}{۲k} = \frac{۲}{k}$ −۹

$\rightarrow y = kx^۲ - ۴x - ۶$

$\xrightarrow{x = \frac{۲}{k}} y = k\left(\frac{۲}{k}\right)^۲ - ۴ \times \frac{۲}{k} - ۶ = \frac{۴}{k} - \frac{۸}{k} - ۶$

$= \frac{-۴}{k} - ۶$

$y = \frac{x = \frac{۲}{k}}{y = \frac{-۴}{k} - ۶}$ $\frac{-۴}{k} - ۶ = -۴\left(\frac{۲}{k}\right) - ۴ \rightarrow \frac{-۴}{k} - ۶ = \frac{-۸}{k} - ۴$

$\rightarrow \frac{-۴}{k} + \frac{۸}{k} = -۴ + ۶ \rightarrow \frac{۴}{k} = ۲ \Rightarrow ۲k = ۴ \Rightarrow k = ۲$ ۲

$\rightarrow y = \frac{-۴}{k} - ۶ \xrightarrow{k = ۲} y = \frac{-۴}{۲} - ۶ = -۲ - ۶ = -۸ \rightarrow y_s = \boxed{-۸}$ ✓

---

$-mx^۲ + mx + ۱ = -m - x \rightarrow -mx^۲ + (m+۱)x + (m+۱) = ۰, mx^۲ - (m+۱)x - (m+۱) = ۰$ −۱۰

$\xrightarrow{\Delta < ۰} b^۲ - ۴ac < ۰ \Rightarrow (m+۱)^۲ - ۴((m+۱)(-m)) < ۰ \Rightarrow m^۲ + ۲m + ۱ - ۴(-m^۲ - m) < ۰$

$\Rightarrow m^۲ + ۲m + ۱ + ۴ \Rightarrow (m+۱)^۲ + ۴m(m+۱) < ۰$ $(m+۱)(m+۱+۴m) < ۰$

$\Rightarrow (m+۱)(۵m+۱) < ۰ \rightarrow \underbrace{-۱ < m < \frac{-۱}{۵}}_{m \text{ صحیح ندارد}}$ $\boxed{-۱ < m < -\frac{۱}{۵}}$ ✓ ۲

| m | | −۱ | | $-\frac{۱}{۵}$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| | + | ۰ | − | ۰ | + |