نام و نام خانوادگی محمدرضا احمدی ۲۵ پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۴ کلاس دهم بیست B

۱

الف) $y=۲x^۲-۴x+۱ \longrightarrow a>۰ \longrightarrow$ تابع min دار است $\longrightarrow ext\left|\begin{matrix}\frac{-b}{۲a}\\ y\end{matrix}\right. \rightarrow min\left|\begin{matrix}\frac{-b}{۲a}\\ y\end{matrix}\right. \rightarrow \frac{-b}{۲a}=x=\frac{-(-۴)}{۴}=۱$

$\xrightarrow{x=۱} ۲-۴+۱=y \rightarrow y=-۱ \rightarrow min\left|\begin{matrix}۱\\ -۱\end{matrix}\right.$ ✓

سهمی min دار است.

۲

ب) $y=-۲x^۲+۳x-۵ \longrightarrow a<۰ \longrightarrow$ تابع max دار است $\rightarrow ext\left|\begin{matrix}x\\ y\end{matrix}\right. \rightarrow ext\left|\begin{matrix}\frac{-b}{۲a}\\ y\end{matrix}\right. \rightarrow x=\frac{-۳}{-۴}=\frac{۳}{۴}$

$x=\frac{۳}{۴}$

$\xrightarrow[x=\frac{۳}{۴}]{x=\frac{۳}{۴}} y_S=-۲\times\frac{۹}{۱۶}+۳\times\frac{۳}{۴}-۵=\frac{-۹}{۸}+\frac{۹}{۴}-۵=\frac{۱۸-۹}{۸}-۵=\frac{۹}{۸}-۵=\frac{۹-۴۰}{۸}=\frac{-۳۱}{۸}$ ✓ $max\left|\begin{matrix}\frac{۳}{۴}\\ \frac{-۳۱}{۸}\end{matrix}\right.$

$\rightarrow max\left|\begin{matrix}\frac{۳}{۴}\\ \frac{-۳۱}{۸}\end{matrix}\right.$ $max\left|\begin{matrix}\frac{۳}{۴}\\ \frac{-۳۱}{۸}\end{matrix}\right.$ $max\left|\begin{matrix}\frac{۳}{۴}\\ \frac{-۳۱}{۸}\end{matrix}\right.$ $max\left|\begin{matrix}\frac{۳}{۴}\\ \frac{-۳۱}{۸}\end{matrix}\right.$ سهمی max دار است.

۲

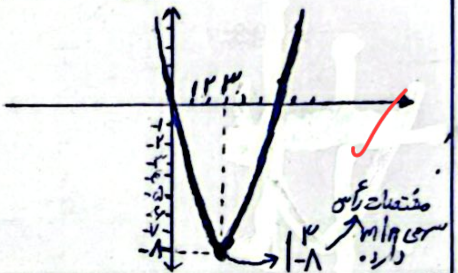
الف) $x_S=\frac{-b}{۲a}=\frac{۶}{۲}=۳ \rightarrow y_S=۹-۱۸+۱=-۸$

$y=x^۲-۶x+۱$

$c=۱$

$\rightarrow min\left|\begin{matrix}۳\\ -۸\end{matrix}\right.$

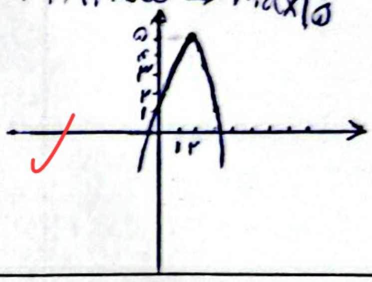
$\rightarrow min\left|\begin{matrix}۳\\ -۸\end{matrix}\right.$



ب) $y=-x^۲+۴x+۱ \rightarrow x_S=\frac{-b}{۲a}=\frac{-۴}{-۲}=۲$

$\rightarrow y_S=-۴+۸+۱=۵ \rightarrow max\left|\begin{matrix}۲\\ ۵\end{matrix}\right.$

$c=۱$



$max\left|\begin{matrix}۲\\ ۵\end{matrix}\right.$

۲

۳

$S=\alpha+\beta$ و $P=\alpha\beta \rightarrow x^۲-Sx+P=۰ \rightarrow \begin{cases}P=-۲\\ S=۱\end{cases} \rightarrow x^۲-x-۲=۰ \rightarrow (x-۲)(x+۱)=۰ \rightarrow \begin{cases}x=۲\\ x=-۱\end{cases}$

$x=-۱$ و $x=۲$

$x=-۱$ و $x=۲$ باید در معادله درجه سوم هم صدق کند. $\xrightarrow{x=-۱} ۴x^۳+kx^۲-۹x-۲=۰ \xrightarrow{x=-۱} -۴+k+۹-۲=۰ \rightarrow k+۳=۰ \rightarrow k=-۳$

$\longrightarrow \boxed{k=-۳}$

$\boxed{k=-۳}$ ✓

۲

۴

$\left.\begin{matrix}S=\frac{-b}{a}=۳m\\ P=\frac{c}{a}=m\end{matrix}\right\} \rightarrow \sqrt{\alpha}-\sqrt{\beta}=۱ \xrightarrow[\text{دو می‌رسانیم.}]{\text{دو طرف را به توان}} \underbrace{\alpha+\beta}_{۳m}-۲\sqrt{\underbrace{\alpha\beta}_{m}}=۱ \rightarrow ۳m-۲\sqrt{m}=۱$

$\longrightarrow ۲\sqrt{m}=۳m-۱ \rightarrow \sqrt{m}=\frac{۳m-۱}{۲} \xrightarrow[\text{توان دو می‌رسانیم}]{\text{دو طرف را به}} m=\frac{(۳m-۱)^۲}{۴}$

۲

$\longrightarrow ۴m=۹m^۲-۶m+۱ \rightarrow ۹m^۲-۱۰m+۱=۰ \rightarrow m=\frac{۱۰\pm\sqrt{۱۰۰-۳۶}}{۱۸} \rightarrow m=\frac{۱۰\pm۸}{۱۸}$ $\rightarrow m=۱$ ✓ ، $\rightarrow m=\frac{۱}{۹}$ ✗ چون دلتا منفی شد از صفر کمتر و در این صورت ریشه حقیقی ندارد

باید مقدار m ها را امتحان کنیم $\rightarrow \begin{cases}m=۱ \rightarrow x^۲-۳x+۱=۰ \rightarrow \Delta=۹-۴=۵>۰ ✓\\ m=\frac{۱}{۹} \rightarrow x^۲-\frac{x}{۳}+\frac{۱}{۹}=۰ \rightarrow \Delta=\frac{۱}{۹}-\frac{۴}{۹}=\frac{-۳}{۹}<۰ ✗\end{cases}$

$\xrightarrow{m=۱} ۲x^۲-mx-m=۰ \xrightarrow{m=۱} ۲x^۲-x-۱=۰ \longrightarrow \alpha\beta=P=\frac{c}{a}=\frac{-۱}{۲}$ ✓ $\rightarrow \boxed{P=\frac{-۱}{۲}}$

۵

$y=۲x^۲-(m+۲)x+m \longrightarrow ۲-m-۲+m=۰ \longrightarrow a+b+c=۰ \longrightarrow$ یکی از ریشه‌ها یک و دیگری $\frac{c}{a}$ می‌باشد

$\longrightarrow \begin{cases}x=۱\\ x=\frac{m}{۲}\end{cases}$ حالا نقطه تقاطع این تابع با محور عرض‌ها را می‌یابیم $\xrightarrow{x=۰} y=m \longrightarrow$ ارتفاع مثلث برابر m و طول قاعده آن برابر با اختلاف طول نقاط تابع یعنی ۱ و $\frac{m}{۲}$ است.

۲

$\longrightarrow S_{\text{مثلث}}=\frac{\text{ارتفاع} \times \text{قاعده}}{۲}=\frac{m(\frac{m}{۲}-۱)}{۲}=\frac{۳}{۴} \xrightarrow[\text{چهار ضرب می‌کنیم}]{\text{دو طرف را در}} m(m-۲)=۳ \rightarrow m^۲-۲m-۳=۰$

$\longrightarrow (m-۳)(m+۱)=۰ \rightarrow \begin{cases}m=۳\\ m=-۱\end{cases} \longrightarrow x_S=\frac{-b}{۲a} \rightarrow y=x^۲-mx+۱ \rightarrow x_S=\frac{-(-m)}{۲}=\frac{m}{۲}$

$\rightarrow \begin{cases}m=۳ \rightarrow \frac{m}{۲}=\frac{۳}{۲}\\ m=-۱ \rightarrow \frac{m}{۲}=\frac{-۱}{۲}\end{cases}$ $\boxed{\frac{-۱}{۲} و \frac{۳}{۲}}$ ✓ $\boxed{\frac{۱}{۲} و \frac{۳}{۲}}$

۶ ②

چون تابع min دار هست → $a>0$ *

وقتی میگه کمترین مقدار این تابع min دار هست } → min $\left| \begin{matrix} \frac{-b}{۲a} \\ \frac{-\Delta}{۴a} \end{matrix} \right.$ → $\frac{-\Delta}{۴a} = \frac{-(b^۲-۴ac)}{۴a} = \frac{-(۹-۴a^۲)}{۴a} = \frac{۴a^۲-۹}{۴a} = \frac{۷}{۸}$

$\rightarrow ۳۲a^۲-۷۲=۲۸a \rightarrow ۳۲a^۲-۲۸a-۷۲=0 \xrightarrow{\text{تقسیم بر چهار می‌کنیم}} ۸a^۲-۷a-۹=0$

$\rightarrow a=\frac{-(-۷)\pm\sqrt{b^۲-۴ac}}{۲a} = \frac{۷\pm\sqrt{۴۹-۵۷۶}}{۱۶} = \frac{۷\pm\sqrt{۶۲۵}}{۱۶} = \frac{۷\pm۲۵}{۱۶} \rightarrow \begin{cases} a=۲ ✓ \\ a=\frac{-۹}{۸} ✗ \end{cases}$ * چون تابع min دار هست a باید بزرگتر از صفر باشد.

$\rightarrow a=۲ \rightarrow$ (برای یک مقدار a) (یک مقدار)

---

۷ ②

$x^۲-(\alpha+1)x+a=0 \rightarrow$ ریشه‌های این معادله را α و β در نظر می‌گیریم → {چون α و β دو عدد فرد متوالی هستند} → $\beta=\alpha+۲$ $\begin{cases} \alpha=1 \\ \beta=۳ \end{cases}$

$\left.\begin{matrix} \alpha+\beta=\alpha+\alpha+۲=۲\alpha+۲=\frac{-b}{a}=\frac{a+1}{1} \\ \alpha\times\beta=\alpha\times(\alpha+۲)=\alpha^۲+۲\alpha=\frac{c}{a}=\frac{a}{1} \end{matrix}\right\} \rightarrow \begin{cases} ۲\alpha+۲=a+1 \\ \alpha^۲+۲\alpha=a \end{cases} \xrightarrow{\text{از هم کم می‌کنیم}} \alpha^۲-۲=-1 \rightarrow \alpha^۲=1$ $\begin{matrix} \alpha=1 \\ \beta=۳ \end{matrix}$

$\rightarrow \begin{cases} \alpha=+1 \rightarrow \beta=\alpha+۲=1+۲=۳ \\ \alpha=-1 ✗ \end{cases}$ با توجه به فرض سوال α باید عدد طبیعی فرد است

$\rightarrow x^۲-(۳a+1)x+b=0 \rightarrow x^۲-10x+b=0 \rightarrow$ ریشه‌های این معادله را α′ و β′ فرض می‌کنیم $\rightarrow \beta'=\alpha'+۲$

$\alpha'+\beta'=۲\alpha'+۲=\frac{-b}{a}=10 \rightarrow ۲\alpha'+۲=10 \rightarrow \alpha'=۴$

$\rightarrow \alpha'.\beta'=۴(۴+۲)=۲۴ \rightarrow \alpha'\times\beta'=۴(۴+۲)=۲۴ \} \rightarrow (\alpha'\times\beta')-(\alpha\times\beta)=۲۴-۳=\boxed{۲۱}$

$\rightarrow (\alpha'\times\beta')-(\alpha\times\beta)=\boxed{۲۱}$ جواب → $\boxed{۲۱}$

---

۸ ②

طول رأس سهمی $=\frac{-b}{۲a}$ $\rightarrow y=-ax^۲+ax+۲ \rightarrow x_S=\frac{-a}{-۲a}=\frac{1}{۲} \rightarrow y_S=-a\times\frac{1}{۴}+\frac{a}{۲}+۲=\frac{a+۸}{۴}$

$\rightarrow y=۲bx^۲-bx-1 \rightarrow x'_S=\frac{-(-b)}{۴b}=\frac{1}{۴} \rightarrow y'_S=۲b\times\frac{1}{۱۶}-\frac{b}{۴}-1=-\frac{b+۸}{۸}$

$\rightarrow \frac{a+۸}{۴}=۲b\times\frac{1}{۴}-\frac{b}{۲}-1 \rightarrow \frac{a+۸}{۴}=\frac{b}{۲}-\frac{b}{۲}-1 \rightarrow \frac{a+۸}{۴}=-1 \rightarrow a+۸=-۴ \rightarrow a=-۱۲$

$\rightarrow y=-ax^۲+ax+۲ \rightarrow y=۱۲x^۲-۱۲x+۲ \rightarrow -\frac{b+۸}{۸}=۱۲\times\frac{1}{۱۶}-\frac{۱۲}{۴}+۲=\frac{۱۲}{۱۶}-\frac{۱۲}{۴}+۲=\frac{۳}{۴}-1=\frac{-1}{۴}$

$\rightarrow \frac{b+۸}{۸}=\frac{1}{۴} \rightarrow b+۸=۲ \rightarrow b=-۶ \rightarrow \left.\begin{cases} b=-۶ \\ a=-۱۲ \end{cases}\right\} b-a=-۶-(-۱۲)=-۶+۱۲=\boxed{۶}$

$\rightarrow b-a=\boxed{۶}$

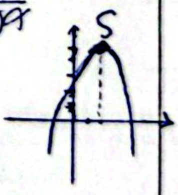
---

۹ ②

$y=۲۵ax^۲+۴x+\beta=0 \rightarrow \begin{cases} \alpha+\beta=\frac{-b}{a}=\frac{-۴}{۲۵\alpha} \quad (1) \\ \alpha\times\beta=\frac{c}{a}=\frac{\beta}{۲۵\alpha} \rightarrow \alpha\beta=\frac{\beta}{۲۵\alpha} \xrightarrow{\beta\neq0} \alpha=\frac{1}{۲۵\alpha} \end{cases}$

$\rightarrow ۲۵\alpha^۲=1 \rightarrow \alpha=\pm\frac{1}{۵}$

$(1) \rightarrow \beta=\frac{-۴}{۲۵\alpha}-\alpha \xrightarrow{\beta>\alpha} \begin{cases} \alpha=\frac{1}{۵} \Rightarrow \beta=\frac{-۴}{۵}-\frac{1}{۵}=-1 ✗ \\ \alpha=\frac{-1}{۵} \rightarrow \beta=\frac{۴}{۵}+\frac{1}{۵}=1 ✓ \end{cases}$ چون β باید بیشتر از α باشد.



$\rightarrow \left.\begin{cases} \alpha=\frac{-1}{۵} \\ \beta=1 \end{cases}\right\} \rightarrow y=۲۵\alpha x^۲+۴x+\beta \rightarrow y=-x^۲+۴x+1 \rightarrow \left.\begin{matrix} x_S=\frac{-b}{۲a}=\frac{-۴}{-۲}=۲ \\ y_S=-۴+۸+1=۵ \end{matrix}\right\}$ رأس سهمی $\max\left|\begin{matrix} ۲ \\ ۵ \end{matrix}\right.$ می‌باشد که در ناحیه اول است.

جواب → (ناحیه اول)

---

۱۰ ②

$x^۲-(a^۲+b^۲-۱۲)x+(a+b+1)=0 \rightarrow S=\frac{-b}{a}=a^۲+b^۲-۱۲=a+b \ (I)$

$\rightarrow P=\frac{c}{a}=a+b-1=ab \ (II)$

$a^۲+b^۲=(a+b)^۲-۲ab \xrightarrow{(II),(I)} \underbrace{(a+b)}_{y}^۲-۲(\underbrace{a+b}_{y}-1)-۱۲=\underbrace{a+b}_{y}$

* y را (a+b) فرض می‌کنیم، $a+b=y$

$\xrightarrow[a+b=y]{a+b=y} y^۲-۳y-10=0 \rightarrow (y-۵)(y+۲)=0 \rightarrow \begin{cases} y=۵ \rightarrow a+b=۵ ✓ \\ y=-۲ \rightarrow a+b=-۳ ✗ \end{cases}$ چون گفته طبیعی هستن (طبیعی هستن) a+b نمی‌تواند (نمی‌توانند) منفی باشند و همیشه مثبت است و چون a و b اعداد

$\rightarrow \boxed{a+b=۵}$ $\boxed{a+b=۵}$

* $a+b>0$ طبیعی و مثبت هستند نمی‌تواند منفی باشد و