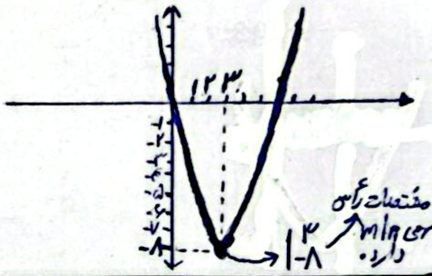
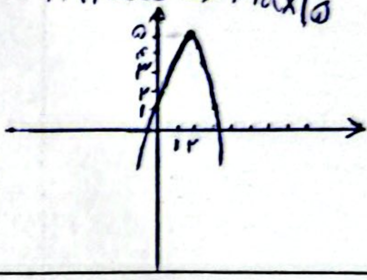
نام و نام خانوادگی: محمدرضا احمدی ...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۴ ...... کلاس دهم بیسر B ......

الف) $y=2x^2-4x+1 \to a>0 \to$ تابع min دارد هست $\to ext\begin{vmatrix}\frac{-b}{2a}\\ y\end{vmatrix} \to min\begin{vmatrix}\frac{-b}{2a}\\ y\end{vmatrix} \to \frac{-b}{2a}=x=\frac{-(-4)}{4}=1$ $\xrightarrow{x=1} 2-4+1=y \to y=-1 \to min\begin{vmatrix}1\\ -1\end{vmatrix}$ سهمی min دارد هست.	
ب) $y=-2x^2+3x-5 \to a<0 \to$ تابع max دارد هست $\to ext\begin{vmatrix}x\\ y\end{vmatrix} \to ext\begin{vmatrix}\frac{-b}{2a}\\ y\end{vmatrix} \to x=\frac{-3}{-4}=\frac{3}{4}$ $\xrightarrow{x=\frac34} y_S=-2\times\frac{9}{16}+3\times\frac{3}{4}-5=\frac{-9}{8}+\frac{9}{4}-5=\frac{18-9}{8}-5=\frac{9}{8}-5=\frac{9-40}{8}=\frac{-31}{8}$ $\quad max\begin{vmatrix}\frac34\\ \frac{-31}{8}\end{vmatrix}$ $\to max\begin{vmatrix}\frac34\\ \frac{-31}{8}\end{vmatrix}$ سهمی max دارد هست.	۱
الف) $x_S=\frac{-b}{2a}=\frac{6}{2}=3 \to y_S=9-18+1=-8$ $y=x^2-6x+1$ $c=1$ $\to min\begin{vmatrix}3\\ -8\end{vmatrix}$ $\to min\begin{vmatrix}3\\ -8\end{vmatrix}$  مختصات رأس $\begin{vmatrix}3\\ -8\end{vmatrix}$ سهمی min دارد. ب) $y=-x^2+4x+1 \to x_S=\frac{-b}{2a}=\frac{-4}{-2}=2$ $\to y_S=-4+8+1=5 \to max\begin{vmatrix}2\\ 5\end{vmatrix}$ $c=1$ $max\begin{vmatrix}2\\ 5\end{vmatrix}$ 	۲
$S=\alpha+\beta$ و $P=\alpha\beta \to x^2-Sx+P=0 \to \begin{cases}P=-2\\ S=1\end{cases} \to x^2-x-2=0 \to (x-2)(x+1)=0 \to \begin{cases}x=2\\ x=-1\end{cases}$ $x=-1$ و $x=2$ باید در معادله درجه سوم هم صدق کنند. $\xrightarrow{x=-1} 4x^3+kx^2-9x-2=0 \xrightarrow{x=-1} -4+k+9-2=0 \to k+3=0 \to k=-3$ $\to K=-3$ $\qquad K=-3$	۳
$S=\frac{-b}{a}=3m$ $P=\frac{c}{a}=m$ $\to \sqrt{\alpha}-\sqrt{\beta}=1 \xrightarrow[\text{دو طرف را به توان دو می‌رسانیم}]{} \underbrace{\alpha+\beta}_{3m}-2\sqrt{\underbrace{\alpha\beta}_{m}}=1 \to 3m-2\sqrt{m}=1$ $\to 2\sqrt{m}=3m-1 \to \sqrt{m}=\frac{3m-1}{2} \xrightarrow[\text{توان دو می‌رسانیم}]{\text{دو طرف را به}} m=\frac{(3m-1)^2}{4}$ $\to 4m=9m^2-6m+1 \to 9m^2-10m+1=0 \to m=\frac{10\pm\sqrt{100-36}}{18} \to m=\frac{10\pm 8}{18}$ $\to m=1$ ✓ , $m=\frac{1}{9}$ ✗ چون دلتا منفی است ریشه حقیقی ندارد باید مقدار m را امتحان کنیم $\begin{cases}m=1 \to x^2-3x+1=0 \to \Delta=9-4=5>0 ✓\\ m=\frac19 \to x^2-\frac{x}{3}+\frac19=0 \to \Delta=\frac19-\frac49=\frac{-3}{9}<0 ✗\end{cases}$ $\xrightarrow{m=1} 2x^2-mx-m=0 \xrightarrow{m=1} 2x^2-x-1=0 \to \alpha\beta=P=\frac{c}{a}=\frac{-1}{2} \to P=\frac{-1}{2}$	۴
$y=2x^2-(m+2)x+m \to 2-m-2+m=0 \to a+b+c=0 \to$ یکی از ریشه‌ها یک و دیگری $\frac{c}{a}$ می‌باشد $\to \begin{cases}x=1\\ x=\frac{m}{2}\end{cases}$ حالا نقطه تقاطع این تابع با محور عرض‌ها را می‌یابیم $\xrightarrow{x=0} y=m \to$ ارتفاع مثلث برابر m و طول قاعده آن برابر اختلاف صفرهای تابع یعنی ۱ و $\frac{m}{2}$ است. $\to S_{\text{مثلث}}=\frac{\text{ارتفاع}\times\text{قاعده}}{2}=\frac{m(\frac{m}{2}-1)}{2}=\frac{3}{4} \xrightarrow{\text{دو طرف را در ۴ ضرب می‌کنیم}} m(m-2)=3 \to m^2-2m-3=0$ $\to (m-3)(m+1)=0 \to \begin{cases}m=3\\ m=-1\end{cases} \to x_S=\frac{-b}{2a} \to y=x^2-mx+1 \to x_S=\frac{-(-m)}{2}=\frac{m}{2}$ $\to \begin{cases}m=3 \to \frac{m}{2}=\frac{3}{2}\\ m=-1 \to \frac{m}{2}=\frac{-1}{2}\end{cases}$ $\qquad \frac{-1}{2}$ و $\frac{3}{2}$ $\qquad \frac{1}{2}$ و $\frac{3}{2}$	۵

وقتی میگه کمترین مقدار این تابع min دارد هست $\rightarrow \min \left| \begin{matrix} \frac{-b}{2a} \\ \frac{-\Delta}{4a} \end{matrix} \right.$ چون تابع min دارد هست $\rightarrow a>0$ *

$\frac{-\Delta}{4a} \rightarrow \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-(b^2-4ac)}{4a} = \frac{-(9-4a^2)}{4a} = \frac{4a^2-9}{4a} = \frac{7}{8}$

$\rightarrow 32a^2-72 = 28a \rightarrow 32a^2-28a-72=0 \xrightarrow{\text{تقسیم بر چهار می‌کنیم}} 8a^2-7a-9=0$ **6**

$\rightarrow a = \frac{-(-7) \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{7 \pm \sqrt{49-576}}{16} = \frac{7 \pm \sqrt{625}}{16} = \frac{7 \pm 25}{16} \rightarrow \begin{cases} a=2 ✓ \\ a=\frac{-9}{8} ✗ \end{cases}$ * چون تابع min دارد هست a باید بزرگتر از صفر باشد.

$\rightarrow a=2 \rightarrow$ برای یک مقدار a   یک مقدار

$x^2-(\alpha+1)x+a=0 \rightarrow$ ریشه‌های این معادله را α و β در نظر می‌گیریم $\rightarrow$ چون α و β دو عدد فرد متوالی هستند $\rightarrow \beta=\alpha+2$ $\begin{cases}\alpha=1\\ \beta=3\end{cases}$

$\left.\begin{matrix}\alpha+\beta=\alpha+\alpha+2=2\alpha+2=\frac{-b}{a}=\frac{a+1}{1} \\ \alpha\times\beta=\alpha\times(\alpha+2)=\alpha^2+2\alpha=\frac{c}{a}=\frac{a}{1}\end{matrix}\right\} \rightarrow \begin{cases}2\alpha+2=a+1\\ \alpha^2+2\alpha=a\end{cases} \xrightarrow{\text{از هم کم می‌کنیم}} \alpha^2-2=-1 \rightarrow \alpha^2=1$ $\alpha=1, \beta=3$

$\rightarrow x^2-(3a+1)x+b=0 \rightarrow x^2-10x+b=0 \rightarrow$ ریشه‌های این معادله را α' و β' فرض می‌کنیم $\rightarrow \beta'=\alpha'+2$ $\rightarrow \begin{cases}\alpha=+1 \rightarrow \beta=\alpha+2=1+2=3\\ \alpha=-1 ✗\end{cases}$ با توجه به فرض سوال که گفته عدد طبیعی فرد است **7**

$\alpha'+\beta'=2\alpha'+2=\frac{-b}{a}=10 \rightarrow 2\alpha'+2=10 \rightarrow \alpha'=4$

$\left.\rightarrow \alpha'.\beta'=4(4+2)=24 \rightarrow \alpha'\times\beta'=4(4+2)=24\right\} \rightarrow (\alpha'\times\beta')-(\alpha\times\beta)=24-3=21$

$\rightarrow (\alpha'\times\beta')-(\alpha\times\beta)=21$ جواب $\rightarrow 21$

طول رأس سهمی $=\frac{-b}{2a} \rightarrow y=-ax^2+ax+2 \rightarrow x_S=\frac{-a}{-2a}=\frac{1}{2} \rightarrow y_S=-a\times\frac{1}{4}+\frac{a}{2}+2=\frac{a+8}{4}$

$\rightarrow y=2bx^2-bx-1 \rightarrow x'_S=\frac{-(-b)}{4b}=\frac{1}{4} \rightarrow y'_S=2b\times\frac{1}{16}-\frac{b}{4}-1=-\frac{b+8}{8}$

$\rightarrow \frac{a+8}{4}=2b\times\frac{1}{4}-\frac{b}{2}-1 \rightarrow \frac{a+8}{4}=\frac{b}{2}-\frac{b}{2}-1 \rightarrow \frac{a+8}{4}=-1 \rightarrow a+8=-4 \rightarrow a=-12$ **8**

$\rightarrow y=-ax^2+ax+2 \rightarrow y=12x^2-12x+2 \rightarrow -\frac{b+8}{8}=12\times\frac{1}{16}-\frac{12}{4}+2=\frac{12}{16}-\frac{12}{4}+2=\frac{3}{4}-1=\frac{-1}{4}$

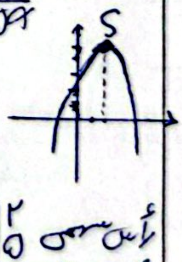
$\rightarrow \frac{b+8}{8}=\frac{1}{4} \rightarrow b+8=2 \rightarrow b=-6 \rightarrow \left.\begin{cases}b=-6\\ a=-12\end{cases}\right\} b-a=-6-(-12)=-6+12=6$

$\rightarrow b-a=6$

$y=25ax^2+4x+\beta=0 \rightarrow \begin{cases}\alpha+\beta=\frac{-b}{a}=\frac{-4}{25\alpha} \quad (1)\\ \alpha\times\beta=\frac{c}{a}=\frac{\beta}{25\alpha} \rightarrow \alpha\beta=\frac{\beta}{25\alpha} \xrightarrow{\beta\neq 0} \alpha=\frac{1}{25\alpha}\end{cases}$

$\rightarrow 25\alpha^2=1 \rightarrow \alpha=\pm\frac{1}{5}$

$(1) \rightarrow \beta=\frac{-4}{25\alpha}-\alpha \xrightarrow{\beta>\alpha} \begin{cases}\alpha=\frac{1}{5} \Rightarrow \beta=\frac{-4}{5}-\frac{1}{5}=-1 ✗ \\ \alpha=\frac{-1}{5} \rightarrow \beta=\frac{4}{5}+\frac{1}{5}=1 ✓\end{cases}$ چون β باید بزرگتر از α باشد. **9**



$\rightarrow \left.\begin{cases}\alpha=\frac{-1}{5}\\ \beta=1\end{cases}\right\} \rightarrow y=25\alpha x^2+4x+\beta \rightarrow y=-x^2+4x+1 \rightarrow \left.\begin{matrix}x_S=\frac{-b}{2a}=\frac{-4}{-2}=2\\ y_S=-4+8+1=5\end{matrix}\right\}$ رأس سهمی max می‌باشد $\left|\begin{matrix}2\\5\end{matrix}\right.$ که در ناحیه اول است.

جواب $\rightarrow$ ناحیه اول

$x^2-(a^2+b^2-12)x+(a+b+1)=0 \rightarrow S=\frac{-b}{a}=a^2+b^2-12=a+b \ (I)$

$\rightarrow P=\frac{c}{a}=a+b-1=ab \ (II)$

$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab \xrightarrow{(II),(I)} \underbrace{(a+b)}_{y}^2-2(\underbrace{a+b}_{y}-1)-12=\underbrace{a+b}_{y}$ * $(a+b)$ را y فرض می‌کنیم. $a+b=y$ **10**

$\frac{a+b=y}{a+b=y} \rightarrow y^2-3y-10=0 \rightarrow (y-5)(y+2)=0 \rightarrow \begin{cases}y=5 \rightarrow a+b=5 ✓\\ y=-2 \rightarrow a+b=-2 ✗\end{cases}$ چون گفته طبیعی (طبیعی هستند) $a+b$ نمی‌تواند (نمی‌تواند) منفی باشد و همیشه مثبت است و چون a و b جزو اعداد طبیعی و مثبت هستند نمی‌تواند منفی باشد و $a+b>0$ *

$\rightarrow a+b=5$ $a+b=5$