تکلیف ۴۲ . آرین بقائی زاده (دهم سری B)

۱)

الف) $۲x^۲-۴x+۱ \longrightarrow \min\left|\begin{array}{l}\frac{-b}{۲a}\\ \frac{-\Delta}{۴a}\end{array}\right. = \min\left|\begin{array}{l}۱\\ -۱\end{array}\right.$

ب) $-۲x^۲+۳x-۵ \longrightarrow \max\left|\begin{array}{l}\frac{-b}{۲a}\\ \frac{-\Delta}{۴a}\end{array}\right. = \max\left|\begin{array}{l}\frac{۳}{۴}\\ \frac{-۳۱}{۸}\end{array}\right.$

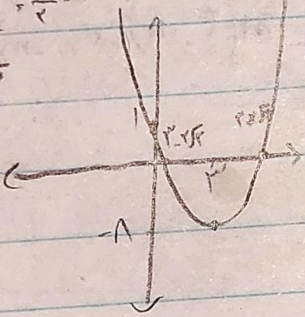
$\cancel{\frac{-۳}{۴}}$

---

۲)

$x^۲-۶x+۱$ $\qquad \frac{-b}{۲a}=\frac{۶}{۲}=۳$

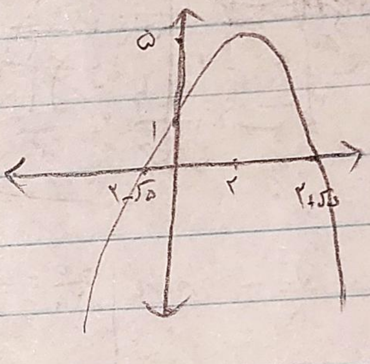
$\frac{۶\pm\sqrt{۳۲}}{۲}=۳\pm۲\sqrt{۲}$



ب) $y=-x^۲+۴x+۱$ $\qquad \frac{-b}{۲a}=۲=\frac{-۴}{-۲}$

$y=۵$

$\frac{-۴\pm۲\sqrt{۵}}{-۲}=۲\pm\sqrt{۵}$



---

۳)

$۴x^۳+kx^۲-۹x-۲=(x^۲-x-۲)(۴x+m)$

$۴x^۳+mx^۲-۴x^۲-mx-۸x-۲m=۴x^۳+x^۲(m-۴)-x(m+۸)-۲m$

$\Rightarrow \left.\begin{array}{l}۲m=۲\\ m+۸=۹\end{array}\right\} \Rightarrow m=۱ \Rightarrow \boxed{k=۱-۴=-۳}$

$m-۴=k$

(۴

$x^۲ - ۳mx + m = ۰$

$\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta} = ۱ \Rightarrow \alpha + \beta - ۲\sqrt{\alpha\beta} = ۳m - ۲\sqrt{m} = ۱$

$\sqrt{m}(۳\sqrt{m} - ۲) = ۱ \Rightarrow m = ۱ \Rightarrow ۲x^۲ - x - ۱ \rightarrow \boxed{\alpha\beta = \frac{-۱}{۲}}$

(۵

$\frac{|\alpha - \beta| \times |m|}{۲} = \frac{۳}{۴} \Rightarrow \left|\frac{\sqrt{(m+۲)^۲ - ۸m} \times m}{۴}\right| = \frac{۳}{۴}$

$\frac{m|m-۲|}{۴} = \frac{۳}{۴} \Rightarrow m|m-۲| = ۳ \begin{cases} m(m-۲) = ۳ \Rightarrow m^۲ - ۲m - ۳ \begin{cases} m = ۳ \\ m = ۱ \end{cases} \\ m(۲-m) = ۳ \Rightarrow -m^۲ + ۲m - ۳ \rightarrow \Delta < ۰ \; ✗ \end{cases}$

$y = x^۲ - ۳x + ۱ \Rightarrow \frac{-b}{۲a} = \boxed{\frac{۳}{۲}}$

$y = x^۲ + x + ۱ \Rightarrow \frac{-b}{۲a} = \boxed{\frac{-۱}{۲}}$

(۶

$ax^۲ + ۳x + a = \frac{۷}{۸} \rightarrow \min \;\Big|\; \frac{-b}{۲a} = \frac{-۳}{۲a} \Rightarrow a > ۰$

$\Rightarrow \cancel{a}\left(\frac{۹}{۴\cancel{a}}\right) - \frac{۹}{۲a} + a =$

$\frac{۹}{۴a} - \frac{۱۸}{۴a} + a = a - \frac{۹}{۴a} = \frac{۷}{۸} \Rightarrow ۸a^۲ - ۱۸ = ۷a$

$\Rightarrow ۸a^۲ - ۷a - ۱۸ \begin{cases} a = ۲ \; ✓ \\ a = \frac{-۹}{۸} \; ✗ \end{cases} \Big\} \boxed{\Rightarrow a = ۲} \leftarrow$ یک مقدار

$\alpha \; a=-1 \leftarrow (a+1)(a-۳) \rightarrow a=۳$ ✓

$P_{\text{ریشه}} > ۰ \Rightarrow a > ۰$

(۷

$x^۲-(a+1)x+a=0 \Rightarrow \frac{\sqrt{\Delta}}{1}=۲ \Rightarrow a^۲+۲a+1-۴a=۴ \Rightarrow a^۲-۲a+1=۴ \Rightarrow a^۲-۲a-۳=0 \Rightarrow a=۳$

$x^۲-(۳a+1)x+b = x^۲-۱۰x+b=0 \Rightarrow \frac{\sqrt{\Delta}}{1}=۲ \Rightarrow ۱۰۰-۴b=۴ \Rightarrow ۴b=۹۶$

$\Rightarrow P_{\text{ریشه}}=۳$

$b=۲۴=P_{\text{ریشه ها}}$

$۲۴-۳\boxed{=۲۱}$

(۸

$y=-ax^۲+ax+۲ \rightarrow \left| \begin{array}{l} \frac{a}{۲a}=\frac{1}{۲} \Rightarrow \\ ۲+\frac{1}{۴}a=-1 \end{array} \right.$

$\Rightarrow -\frac{1}{۴}a+\frac{1}{۲}a+۲ = ۲+\frac{1}{۴}a \Rightarrow ۲+\frac{1}{۴}a =$ ~~$\frac{1}{۴}b-\frac{1}{۲}b-1$~~

$۲+\frac{1}{۴}a=-1 \Rightarrow -۳=\frac{1}{۴}a \Rightarrow a=-۱۲$

$y=۲bx^۲-bx-1 \rightarrow \left| \frac{b}{۴b}=\frac{1}{۴} \right.$

$\Rightarrow \frac{1}{۸}b-\frac{۲}{۸}b-1 = \frac{-1}{۸}b-1 \Rightarrow \underbrace{\left(\frac{1}{\cancel{۱۲}_{۴}}\times \overset{۳}{\cancel{-۱۲}}\right)-(۳)+۲}_{-1} = -\frac{۴}{۴} = \frac{-1}{۸}b-1$

$\frac{۳}{۴}=\frac{-1}{۸}b \Rightarrow b=-۶$

$\Rightarrow b-a=-۶+۱۲=۶$

(۹

$\frac{\beta}{۲۵\alpha}=\alpha\beta \Rightarrow ۲۵\alpha^۲\cancel{\beta}=\cancel{\beta} \Rightarrow ۲۵\alpha^۲=1 \Rightarrow \alpha^۲=\frac{1}{۲۵} \Rightarrow \alpha=\pm\frac{1}{۵}$ $\left| \Rightarrow \begin{array}{l} \beta=1 \\ \alpha=\frac{-1}{۵} \end{array} \right\} \Rightarrow -۵x^۲+۴x+1$

ناحیه اول

$\frac{-۴}{۲۵\alpha} \begin{cases} \rightarrow \frac{-۴}{۵}=\frac{1}{۵}+\beta \Rightarrow \beta=-1 \rightarrow \beta<\alpha \; ✗ \quad (\alpha=\frac{1}{۵}) \\ \rightarrow \frac{۴}{۵}=\frac{-1}{۵}+\beta \Rightarrow \beta=1 \; ✓ \quad (\alpha=\frac{-1}{۵}) \quad \beta>\alpha \end{cases}$

$\Rightarrow \alpha=\frac{-1}{۵} \} \Rightarrow \frac{-b}{۲a}=\frac{-۴}{۵۰\alpha}=\frac{-۴}{-۱۰}$ $\boxed{۰/۴ = x}$

$\boxed{\Rightarrow y=\frac{۹}{۵}}$

(۱۰

$\frac{a+b-۱}{۱} = ab \Rightarrow a+b = ab+۱$

$a^۲+b^۲-۱۲ = a+b \quad \Rightarrow P = S-۱$

$a^۲+b^۲-۱۲ = ab+۱ , \quad S>۰$

$\Rightarrow S^۲-۲P-۱۲ = P+۱$

$\Rightarrow S^۲-۲S+۲-۱۲ = S \Rightarrow S^۲-۳S-۱۰ = ۰ \Rightarrow (S-۵)(S+۲) \Rightarrow \boxed{S = ۵ = a+b}$