19,75

نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..... کلاس .....

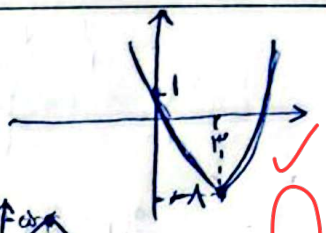
۱

الف) $a=2$ و $a>0$ ⇒ نمودار سهمی min دارد ⟵ $ext\begin{cases}\frac{-b}{2a}=1\\ \frac{-\Delta}{4a}=-1\end{cases}$ → $ext(1,-1)$ ✓ (۲)

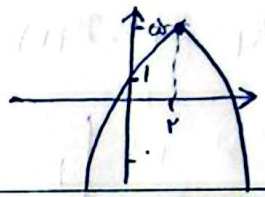
ب) $a=-2$ و $a<0$ ⇒ نمودار سهمی max دارد ⟵ $ext\begin{cases}\frac{-b}{2a}=\frac{-3}{-4}=\frac{3}{4}\\ \frac{-\Delta}{4a}=\frac{-41}{8}\end{cases}$ → $ext\left(\frac{3}{4},\frac{-41}{8}\right)$ ✓

۲

الف) عرض از مبدأ $=1$ و $ext\begin{cases}\frac{-b}{2a}=\frac{6}{2}=3\\ \frac{-\Delta}{4a}=-8\end{cases}$ → $a>0$ ✓ (۲)



ب) عرض از مبدأ $=1$ و $ext\begin{cases}\frac{-b}{2a}=2\\ \frac{-\Delta}{4a}=0\end{cases}$ → $a<0$ ✓ (۲)



$a(x-\alpha)^2(x-\beta)=0 \Rightarrow a(x^2+\alpha^2-2x\alpha)(x-\beta)=a(x^3-\beta x^2+x\alpha^2-\beta\alpha^2-2x^2\alpha+2x\alpha\beta)=0$ (۲)

$\Rightarrow \underbrace{a}_{A}(x^3-(\beta+2\alpha)x^2+(\alpha^2+2\alpha\beta)x-\beta\alpha^2)=4x^3+kx^2-9x-2=0$

$a=4 \Rightarrow 4\times A=4x^3-(4(\beta+2\alpha))x^2+(4(\alpha^2+2\alpha\beta))x-4\beta\alpha^2=4x^3+kx^2-9x-2 \Rightarrow$

$\Rightarrow -2=-4\beta\alpha\times\alpha \Rightarrow \alpha=\frac{-2}{-4\times-1}=\frac{-1}{2} \Rightarrow k=-4(\beta+\alpha+2\alpha)=-4-4\alpha=-4+1=-3 \Rightarrow k=-3$ ✓ جواب نهایی

$\sqrt{\alpha}-\sqrt{\beta}=1 \Rightarrow (\sqrt{\alpha}-\sqrt{\beta})^2=\alpha+\beta-2\sqrt{\alpha\beta}=1 \Rightarrow 2m-2\sqrt{m}=1 \Rightarrow t=\sqrt{m} \Rightarrow$

$2m=\frac{-b}{a}$, $\frac{c}{a}=m$, $(a+b+c=0 \Rightarrow 1$ جواب $)$

$2t^2-2t-1=0 \xrightarrow{a+b+c=0} t=1$ یا $\frac{c}{a}=\frac{-1}{2} \Rightarrow \sqrt{m}=1$ یا $\sqrt{m}=\frac{-1}{2}$ (۲)

$\sqrt{m}=1 \Rightarrow m=1$ ✓

یا $\alpha\cdot\beta=p=\frac{c}{a}=\frac{-1}{2}$ ✓

$2x^2-mx-m=0 \Rightarrow 2x^2-x-1=0 \xrightarrow{a+b+c=0} x=1$ یا $\frac{c}{a}=\frac{-1}{2} \Rightarrow \alpha\cdot\beta=\frac{-1}{2}$ ✓

صفرهای تابع $=2x^2-(m+2)x+m=0 \Rightarrow x=\frac{(m+2)\pm\sqrt{\Delta}}{4}$ ⟵ Δ

$\Delta=b^2-4ac=(m+2)^2-8m=m^2-4m+4=(m-2)^2 \Rightarrow \sqrt{\Delta}=m-2 \Rightarrow$

$x_1=\frac{(m+2)+(m-2)}{4}=\frac{m}{2}$ ، $x_2=\frac{(m+2)-(m-2)}{4}=1$ و $A(1,0)$ ، $B\left(\frac{m}{2},0\right)$ ، $C(0,m)$

$S_{ABC}^{\Delta}=\frac{3}{4} \Rightarrow OA\times BC=\left|\frac{m}{2}-1\right|$ و $OA=|m| \Rightarrow \frac{|m-2|\times|m|}{2}=\frac{3}{4} \Rightarrow$ (۲)

$|m-2|\times|m|=3 \Rightarrow m(m-2)=3 \Rightarrow m^2-2m-3=0 \Rightarrow (m-3)(m+1)=0 \Rightarrow m=-1$ یا $m=3$ ✓

$m(m-2)=-3 \Rightarrow m^2-2m+3=0 \Rightarrow \Delta<0 \Rightarrow m$ جواب ندارد

$\Rightarrow y=x^2+x+1 \Rightarrow x_{min}=\frac{-1}{2}$ و $y=x^2-2x+1 \Rightarrow x_y=\frac{3}{2} \Rightarrow$ فاصله‌ی دو رأس $=\frac{3}{2}-\frac{1}{2}=1$ ✓

$g = ax^2 + 2x + a \Rightarrow \left|\frac{-b}{2a} = \frac{-2}{2a}\right.$

کمترین مقدار سهمی را می‌خواهد پس $a < 0$

$a\left(\frac{9}{16a^2}\right) - \frac{9}{8a} + a = \frac{9 - 18 + 16a^2}{16a} = \frac{16a^2 - 9}{16a}$ → کمترین مقدار تابع

$\frac{16a^2 - 9}{16a} = \frac{7}{8} \Rightarrow 32a^2 - 112 + 128a = 0 \Rightarrow 32a^2 - 128a - 112 = 0 \Rightarrow$ (دلتا عدد نیم و وقت حل کردن از دستگاه حساب نمی‌کنیم)

$a = 2$ یا $a = -\frac{9}{8}$ ✗ غ ق ق

$x^2 - (a+1)x + a = 0 \xrightarrow{a + c + b = 0} x_1 = 1 \text{ و } x_2 = \frac{c}{a}$ → x_1 و x_2: x_1 اولین عدد فرد، x_2 دومین عدد فرد

$\frac{c}{a} = 2 \Rightarrow \boxed{a = 2}$ → $x^2 - (3 \times 3 + 1)x + b = 0 \Rightarrow x^2 - 10x + b = 0 \Rightarrow$

$\alpha + \beta = S = 10 \Rightarrow x_3 \text{ و } x_4 = x_1 + 2 \Rightarrow x_1 + x_4 + 2 = 10 \Rightarrow 2x_1 = 8 \Rightarrow \boxed{x_1 = 4} \Rightarrow$

(α = عدد زوج اول، x_3 = عدد زوج دوم)

$x_4 = 6 \Rightarrow$

$x_3 \times x_4 - x_1 \times x_2 = 24 - 3 = 21$ ← جواب نهایی (4 × 6) − (3 × 1)

y_1 محور: $y_1 = -ax^2 + ax + 2 \left|\frac{-b}{2a} = \frac{1}{2}\right.$

$-a\left(\frac{1}{2}\right)^2 + a\left(\frac{1}{2}\right) + 2 = 2 + \frac{a}{4}$

چون دو سهمی نقطه‌ی روی محور y مشترک دارند باید صدق کند

$y_2 = 2bx^2 - bx - 1 \longrightarrow 2 + \frac{a}{4} = 2b\left(\frac{1}{2}\right)^2 - b\left(\frac{1}{2}\right) - 1 \Rightarrow 2 + \frac{a}{4} = \frac{b}{2} - \frac{b}{2} - 1 \Rightarrow$

$\frac{a}{4} = -3 \Rightarrow \boxed{a = -12} \Rightarrow$

$y_2 = 2bx^2 - bx - 1 : \left|\frac{-b}{4a} = \frac{1}{4}\right.$ → $y_1 = -ax^2 + ax + 2 \longrightarrow -1 - \frac{b}{8} = -a\left(\frac{1}{4}\right)^2 + a\left(\frac{1}{4}\right) + 2 \Rightarrow$

$\left|\frac{-\Delta}{4a} = -\left(1 + \frac{b}{8}\right)\right.$

$\frac{-b}{8} = \frac{12}{16} - \frac{12}{4} + 3 \Rightarrow b = -2 \Rightarrow b - a = -6 + 12 = 6$ ← جواب نهایی

$\alpha \cdot \beta = \frac{c}{a} = \frac{\beta}{25\alpha} \Rightarrow \frac{\beta}{25\alpha} = \alpha \cdot \beta \Rightarrow \alpha^2 = \frac{1}{25} \Rightarrow \alpha = \pm\frac{1}{5}$

IF $\alpha = \frac{1}{5} \Rightarrow \alpha + \beta = \frac{-b}{a} \Rightarrow \frac{1}{5} + \beta = \frac{-4}{5} \Rightarrow \beta = -1 \longrightarrow \beta < \alpha$ غ ق ق

IF $\alpha = -\frac{1}{5} \Rightarrow \alpha + \beta = \frac{-b}{a} \Rightarrow -\frac{1}{5} + \beta = \frac{-4}{-5} \Rightarrow \beta = 1 \longrightarrow \beta > \alpha \Rightarrow$

$\alpha = -\frac{1}{5}, \beta = 1 \Rightarrow y_2 = -5x^2 + 4x + 1 \Rightarrow ext \left|\frac{-b}{2a} = \frac{2}{5}\right.$ → در ناحیه اول تقعر رو به بالا

$\left|\frac{-\Delta}{4a} = \frac{9}{20}\right.$

$a + b = S = \frac{-b}{a} = a^2 + b^2 - 12$ و $ab = P = \frac{c}{a} = a + b - 1$

$(a+b) = \underbrace{a^2 + b^2}_{S^2 - 2P} - 12 \Rightarrow (a+b) = (a+b)^2 - 2\underbrace{ab}_{a+b-1} - 12 \Rightarrow$

$(a+b) = (a+b)^2 - 2(a+b-1) - 12 = (a+b)^2 - 2(a+b) + 2 - 12 \Rightarrow$

$(a+b) = (a+b)^2 - 2(a+b) - 10 \Rightarrow (a+b)^2 - 3(a+b) - 10 = 0 \Rightarrow$

$(a+b-5)((a+b)+2) = 0 \Rightarrow (a+b) = 5 \text{ یا } -2 \Rightarrow \boxed{a+b=5}$

غ ق ق (چون هر دو عضو S دو طبیعی)