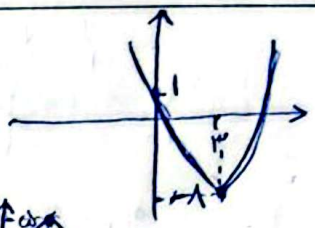
نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..... کلاس .....

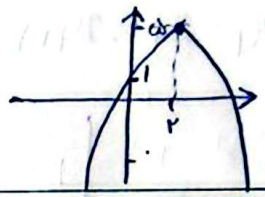
الف) $a=2$ و $a>0 \Rightarrow$ نمودار $\min$ دارد $\longrightarrow ext \begin{cases} \frac{-b}{2a}=1 \\ \frac{-\Delta}{2a}=-1 \end{cases} \rightarrow ext(1,-1)$ ۱

ب) $a=-2$ و $a<0 \Rightarrow$ نمودار $\max$ دارد $\longrightarrow ext \begin{cases} \frac{-b}{2a}=\frac{-3}{-4}=\frac{3}{4} \\ \frac{-\Delta}{2a}=\frac{-31}{8} \end{cases} \rightarrow ext\left(\frac{3}{4},\frac{-31}{8}\right)$

الف) عرض از مبدأ $=1$ و $ext \begin{cases} \frac{-b}{2a}=\frac{6}{2}=3 \\ \frac{-\Delta}{2a}=-8 \end{cases} \rightarrow a>0$




ب) عرض از مبدأ $=1$ و $ext \begin{cases} \frac{-b}{2a}=2 \\ \frac{-\Delta}{2a}=0 \end{cases} \longrightarrow a<0$




۲

$a(x-\alpha)^2(x-\beta)=0 \Rightarrow a(x^2+\alpha^2-2x\alpha)(x-\beta)=a(x^3-\beta x^2+x\alpha^2-\beta\alpha^2-2x^2\alpha+2x\alpha\beta)=0$

$\Rightarrow a\underbrace{(x^3-(\beta+2\alpha)x^2+(\alpha^2+2\alpha\beta)x-\beta\alpha^2)}_{A}=4x^3+kx^2-9x-2=0$

$a=4 \Rightarrow 4\times A=4x^3-(4(\beta+2\alpha))x^2+(4(\alpha^2+2\alpha\beta))x-4\beta\alpha^2=4x^3+kx^2-9x-2=0 \Rightarrow$

$\Rightarrow -2=-4\beta\alpha\times\alpha \Rightarrow \alpha=\frac{-2}{-4\times-1}=\frac{-1}{2} \Rightarrow k=-4(\beta+\alpha\times2\alpha)=-4-4\alpha=-4+1=-3 \Rightarrow k=-3$ جواب سؤال

$\sqrt{\alpha}-\sqrt{\beta}=1 \Rightarrow (\sqrt{\alpha}-\sqrt{\beta})^2=\alpha+\beta-2\sqrt{\alpha\beta}=1 \Rightarrow 3m-2\sqrt{m}=1 \Rightarrow t=\sqrt{m} \Rightarrow$

$3m=\frac{-b}{a}$ $\quad \frac{c}{a}=m$ $\quad (a+b+c=0 \Rightarrow 1-1=0$ جواب خوب)

$3t^2-2t-1=0 \xrightarrow{a+b+c=0} t=1$ و $\frac{c}{a}=\frac{-1}{3} \Rightarrow \sqrt{m}=1$ و $\sqrt{m}=\frac{-1}{3}$ غ ق ق $\Rightarrow$

$\sqrt{m}=1 \Rightarrow m=1$ $\quad$ و $\rightarrow \alpha\cdot\beta=p=\frac{c}{a}=\frac{-1}{2}$

$2x^2-mx-m=0 \Rightarrow 2x^2-x-1=0 \xrightarrow{a+b+c=0} x=1$ و $\frac{c}{a}=\frac{-1}{2} \Rightarrow \alpha\cdot\beta=\frac{-1}{2}$

صفرهای تابع $=2x^2-(m+2)x+m=0 \Rightarrow x=\frac{(m+2)\pm\sqrt{\Delta}}{4}=$ $\quad (2a \leftarrow 4)$

$\Delta=b^2-4ac=(m+2)^2-8m=m^2-4m+4=(m-2)^2 \Rightarrow \sqrt{\Delta}=m-2 \Rightarrow$

$x_1=\frac{(m+2)+(m-2)}{4}=\frac{m}{2}$ و $x_2=\frac{(m+2)-(m-2)}{4}=1$ و $A(1,0)$ و $B\left(\frac{m}{2},0\right)$ و $C(0,m)$

$S_{ABC}=\frac{3}{4} \Rightarrow$ طول $=\left|\frac{m}{2}-1\right|$ و ارتفاع $=|m| \Rightarrow \frac{|m-2|\times|m|}{2}=\frac{3}{4} \Rightarrow$

$|m-2|\times|m|=3 \Rightarrow m(m-2)=3 \Rightarrow m^2-2m-3=0 \Rightarrow (m-3)(m+1)=0 \Rightarrow m=-1$ و $m=3$ ق ق

$m(m-2)=-3 \Rightarrow m^2-2m+3=0 \Rightarrow \Delta<0 \Rightarrow m$ جواب ندارد

$\Rightarrow y=x^2+x+1 \Rightarrow x_{min}=\frac{-1}{2}$ و $y=x^2-2x+1 \Rightarrow x_y=\frac{3}{2} \Rightarrow$ طول نقطه برخورد $\frac{3}{2}$ و $\frac{1}{2}$ با محور $x$ها

$g = ax^2 + 3x + a \Rightarrow \left|\frac{-b}{2a} = \frac{-3}{2a}\right.$

$a\left(\frac{9}{4a^2}\right) - \frac{9}{4a} + a = \frac{9 - 18 + 4a^2}{4a} = \boxed{\frac{4a^2 - 9}{4a}}$ → کمترین مقدار توابع درجه دوم

کمترین مقدار سهمی را صفر می‌کند پس $a < 0$

۶

$\frac{4a^2 - 9}{4a} = \frac{7}{8} \Rightarrow 32a^2 - 72 = 28a \Rightarrow 32a^2 - 28a - 72 = 0 \Rightarrow a = 2 \text{ یا } a = \frac{-9}{8} \Rightarrow$

(دلتا عدد بزرگ و حوصله جابر را ندارد تجزیه کنید)

تنها مقدار مطلوب برای $a$ $= \frac{-9}{8}$

$x^2 - (a+1)x + a = 0 \xrightarrow[a + c + b = 0]{} x_1 = 1 \text{ و } x_2 = \frac{c}{a} \rightarrow x_1$ و $x_2 = x_1 + 2 \Rightarrow$

$a + c + b = 0$ : $1 \quad -(a+1) \quad a$

اولین عدد فرد — دومین عدد فرد

۷

$\frac{c}{a} = 2 \Rightarrow \boxed{a = 2} \longrightarrow x^2 - (3 \times 2 + 1)x + b = 0 \Rightarrow x^2 - 10x + b = 0 \Rightarrow$

$\alpha + \beta = S = 10 \Rightarrow x_3 \text{ و } x_4 = x_1 + 2 \Rightarrow x_1 + x_4 + 2 = 10 \Rightarrow 2x_1 = 8 \Rightarrow \boxed{x_1 = 4} \Rightarrow$

$\alpha$ : عدد زوج اول — $\beta$ : عدد زوج دوم

$x_4 = 6 \Rightarrow$

$x_3 \times x_4 - x_1 \times x_2 = 24 - 3 = 21$ ← جواب نهایی

$(6 \times 4) - (3 \times 1)$

چون دو سهمی نقطه‌ی برخورد روی محور $y$ها قرار دارند پس باید صدق کند

$y_1$ محور $y$ها : $y_1 = -ax^2 + ax + 2 \left|\frac{-b}{2a} = \frac{1}{2}\right.$

$-a\left(\frac{1}{2}\right)^2 + a\left(\frac{1}{2}\right) + 2 = 2 + \frac{a}{4}$

$y_2 = 2bx^2 - bx - 1 \longrightarrow 2 + \frac{a}{4} = \underbrace{2b\left(\frac{1}{2}\right)^2}_{\frac{b}{2}} - b\left(\frac{1}{2}\right) - 1 \Rightarrow 2 + \frac{a}{4} = \frac{b}{2} - \frac{b}{2} - 1 \Rightarrow$

۸

$\frac{a}{4} = -3 \Rightarrow \boxed{a = -12} \Rightarrow$

$y_2 = 2bx^2 - bx - 1 : \left|\frac{-b}{4a} = \frac{1}{4}\right.$ ، $\left|\frac{-\Delta}{4a} = -\left(1 + \frac{b}{8}\right)\right.$ $\longrightarrow$ $y_1 = -ax^2 + ax + 2 \longrightarrow -1 - \frac{b}{8} = -a\left(\frac{1}{4}\right)^2 + a\left(\frac{1}{4}\right) + 2 \Rightarrow$

$\frac{-b}{8} = \frac{12}{16} - \frac{12}{4} + 3 \Rightarrow b = -4 \Rightarrow b - a = -4 + 12 = 8$ ← جواب نهایی

$\alpha \cdot \beta = \frac{c}{a} = \frac{\beta}{25\alpha} \Rightarrow \frac{\beta}{25\alpha} = \alpha \cdot \beta \Rightarrow \alpha^2 = \frac{1}{25} \Rightarrow \alpha = \pm\frac{1}{5}$

۹

$\text{if } x = \frac{1}{5} \Rightarrow \alpha + \beta = \frac{-b}{a} \Rightarrow \frac{1}{5} + \beta = \frac{-4}{5} \Rightarrow \beta = -1 \longrightarrow \beta < \alpha$ غ ق ق

$\text{if } \alpha = \frac{-1}{5} \Rightarrow \alpha + \beta = \frac{-b}{a} \Rightarrow \frac{-1}{5} + \beta = \frac{-4}{-5} \Rightarrow \beta = 1 \longrightarrow \beta > \alpha \Rightarrow$

$\alpha = \frac{-1}{5}$ و $\beta = 1 \Rightarrow y_2 = -5x^2 + 4x + 1 \Rightarrow ext \left|\frac{-b}{2a} = \frac{2}{5}\right.$ $\left|\frac{-\Delta}{4a} = \frac{9}{5}\right.$ $\longrightarrow$ در ناحیه اول تقعر رو به بالا

۱۰

$a + b = S = \frac{-b}{a} = a^2 + b^2 - 12$ و $ab = P = \frac{c}{a} = a + b - 1$

$(a+b) = \underbrace{a^2 + b^2}_{S^2 - 2P} - 12 \Rightarrow (a+b) = (a+b)^2 - 2\underbrace{ab}_{a+b-1} - 12 \Rightarrow$

$(a+b) = (a+b)^2 - 2(a+b-1) - 12 = (a+b)^2 - 2(a+b) + 2 - 12 \Rightarrow$

$(a+b) = (a+b)^2 - 2(a+b) - 10 \Rightarrow (a+b)^2 - 3(a+b) - 10 = 0 \Rightarrow$

$(a+b-5)(a+b+2) = 0 \Rightarrow (a+b) = 5 \text{ یا } -2 \Rightarrow \boxed{a+b=5}$

غ ق ق (چون هر دو عضو اعداد طبیعی)