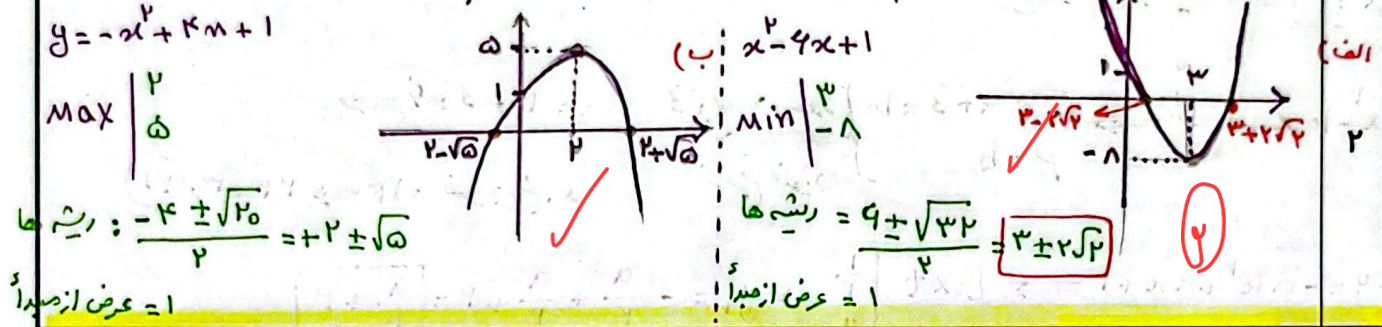


الف) $y = 2x^2 - 4x + 1$ $\begin{matrix} a > 0 \\ \downarrow \\ 2 > 0 \end{matrix} \rightarrow \text{Min} \left| \begin{matrix} -\frac{b}{2a} = 1 \\ -\frac{\Delta}{4a} = -1 \end{matrix} \right. \checkmark$

ب) $y = -2x^2 + 4x - 5$ $\begin{matrix} a < 0 \\ \downarrow \\ -2 < 0 \end{matrix} \rightarrow \text{Max} \left| \begin{matrix} \frac{3}{4} \\ -\frac{31}{8} \end{matrix} \right. \checkmark$

برای رسم سهمی، باید نقطه استدم و ریشه‌ها و عرض از مبدأ را مشخص کنیم.



$\begin{cases} \alpha + \beta = 1 \\ \alpha\beta = -2 \end{cases} \Rightarrow \beta = -\frac{2}{\alpha} \Rightarrow \alpha - \frac{2}{\alpha} = 1 \xrightarrow{\times \alpha} \alpha^2 - 2 = \alpha \Rightarrow \alpha^2 - \alpha - 2 = 0 \Rightarrow (\alpha - 2)(\alpha + 1) = 0$

فرقی نمی‌کند. $\begin{cases} \alpha = 2 \Rightarrow \beta = -1 \\ \alpha = -1 \Rightarrow \beta = 2 \end{cases}$

یکی از ریشه‌های عبارت ما $\alpha = 1$ است، پس عبارت بر $x+1$ بخش پذیر است پس مجموع ضرایب توان‌ها زوج باشد برابر است.

$4 + (-9) = k + (-2) \Rightarrow -5 = k - 2 \Rightarrow k = -3$

ریشه‌ها α و β هستند.

$\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta} = 1 \xrightarrow{\text{توان ۲}} \alpha + \beta - 2\sqrt{\alpha\beta} = 1$

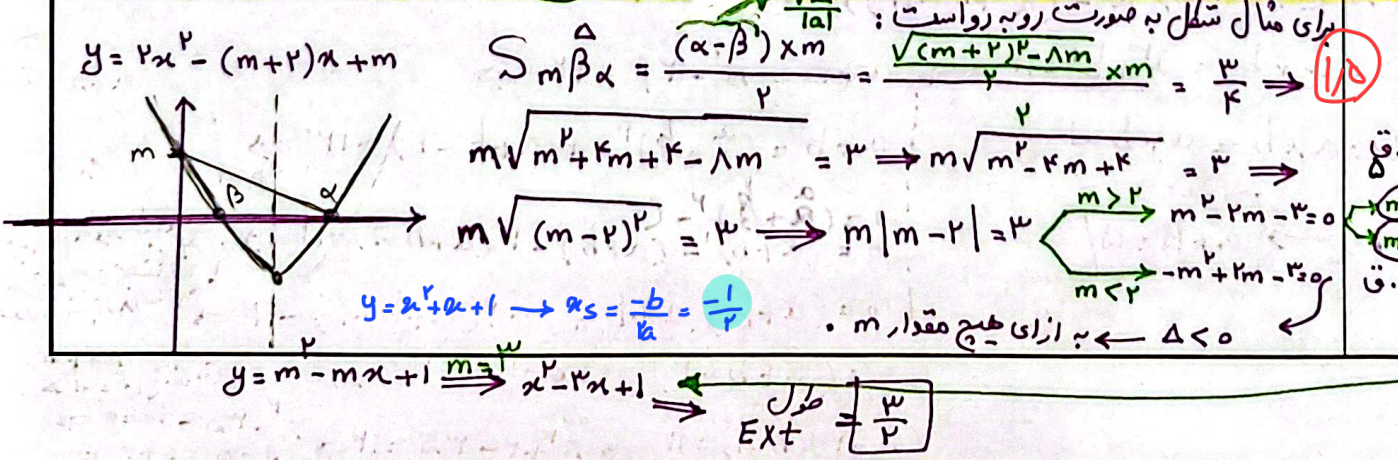
$S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = 2m$

$P = \alpha \cdot \beta = \frac{c}{a} = m$

$3m - 2\sqrt{m} = 1 \xrightarrow{\sqrt{m}=t} 3t^2 - 2t - 1 = 0$ مجموع ضرایب صفر

ریشه‌ها $\alpha = 1$ و $\beta = -\frac{1}{3}$

غ. ق. ق. $\sqrt{m} = 1$ یا $\sqrt{m} = -\frac{1}{3}$



$y = ax^2 + 4x + a$ $\xrightarrow{\text{کمترین مقدار}}$ $\text{Min} \left| -\frac{4}{2a} \right.$

$\frac{4}{a} = -\frac{\Delta}{2a} = \frac{4a^2 - 9}{2a} = \frac{4}{a} \Rightarrow$ (۲)

$16a^2 - 16 = 4a \Rightarrow 16a^2 - 4a - 16 = 0 \Rightarrow a = \frac{4 \pm \sqrt{256}}{32}$

یک مقدار \checkmark

$x^2 - (a+1)x + a = 0 \xrightarrow{\text{تجزیه می کنیم}}$ $(x-1)(x-a) = 0$

$\left. \begin{matrix} \alpha = 1 \\ \alpha = a \end{matrix} \right\} \xrightarrow{\text{اعداد فرد}} \text{طبیعی متوالی}$

$a = 3 \Rightarrow$ ضرب شده ها = (۳)

$x^2 - 10x + b = 0 \Rightarrow \begin{cases} S = \alpha + \beta = 10 \\ P = b \end{cases} \xrightarrow{\text{زوج متوالی}}$

$\alpha = 4$ و $\beta = 6 \Rightarrow$ ضرب شده ها = $24 \Rightarrow 24 - 3 = 21$ (۲)

$y = -ax^2 + ax + 2 \Rightarrow \text{Ext} \left| \frac{1}{2} \right. \Rightarrow y_1 = -\frac{a}{2} + \frac{a}{2} + 2 = \frac{a}{2} + 2$

$y_2 = -\frac{a}{4} + \frac{a}{2} + 2 = \frac{3a}{4} + 2 \xrightarrow{a = -12} -\frac{3 \cdot (-12)}{4} + 2 = -\frac{b}{a} - 1 \Rightarrow b = -4$

$y_1 = \frac{b}{2} - \frac{b}{2} - 1 = -1 \Rightarrow \frac{a}{2} + 2 = -1 \Rightarrow \frac{a}{2} = -3 \Rightarrow a = -12$

$y = 2bx^2 - bx - 1 \Rightarrow \text{Ext} \left| \frac{1}{2} \right. \Rightarrow y_2 = \frac{b}{2} - \frac{b}{2} - 1 = -\frac{b}{2} - 1$

$y = 25ax^2 + 4x + \beta \xrightarrow{\text{برجایگذاری می کنیم}}$ $S = \alpha + \beta = -\frac{4}{25a} \alpha$

$P = \alpha \cdot \beta = \frac{\beta}{25a} \xrightarrow{\beta \neq 0} \alpha = -\frac{4}{25a} \alpha \Rightarrow \alpha = 0$

$\alpha > \beta \Rightarrow$ ریشه ها $\beta > \alpha$

$\alpha = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{1}{5} + \beta = -\frac{4}{125} \Rightarrow \beta = -\frac{29}{125}$

$\alpha = -\frac{1}{5} \Rightarrow -\frac{1}{5} + \beta = +\frac{4}{125} \Rightarrow \beta = \frac{29}{125}$

$-ax^2 + 4x + \frac{29}{125} \Rightarrow \text{Ext} \rightarrow$ (۲)

$a, b \in \mathbb{N} \Rightarrow x^2 - (a^2 + b^2 - 12)x + a + b - 1 = 0 \Rightarrow$

$S = a + b = a^2 + b^2 - 12 \Rightarrow a + b = S^2 - 2P - 12 \Rightarrow$ (۲)

$P = ab = a + b - 1$

$a + b = (a + b)^2 - 2(a + b - 1) - 12 \Rightarrow$

$0 = (a + b)^2 - (a + b) - 2(a + b - 1) - 12 \Rightarrow$

$0 = (a + b)(a + b - 1) - 2(a + b - 1) - 12 \Rightarrow$

$0 = (a + b - 2)(a + b - 1) - 12 \Rightarrow$

$(S - 2)(S - 1) = 12 \Rightarrow S^2 + 2 - 3S = 12 \Rightarrow S^2 - 3S - 10 = 0 \Rightarrow (S - 5)(S + 2) = 0$