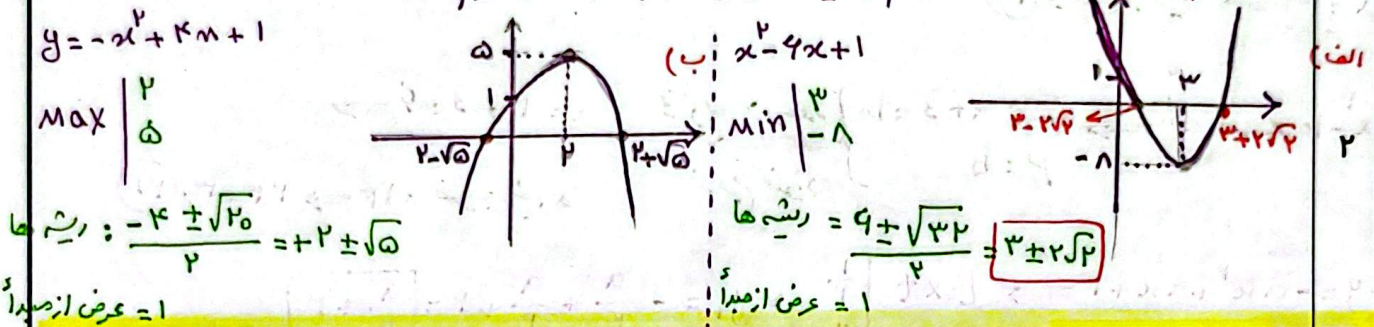


الف) $y = 2x^2 - 4x + 1$ $\begin{matrix} a > 0 \\ \downarrow \\ 2 > 0 \end{matrix} \rightarrow \text{Min} \left| \begin{matrix} -\frac{b}{2a} = 1 \\ -\frac{\Delta}{4a} = -1 \end{matrix} \right.$

ب) $y = -2x^2 + 4x - 5$ $\begin{matrix} a < 0 \\ \downarrow \\ -2 < 0 \end{matrix} \rightarrow \text{Max} \left| \begin{matrix} \frac{3}{4} \\ -\frac{31}{8} \end{matrix} \right.$

برای رسم سهمی، باید نقطه استدم و ریشه‌ها و عرض از مبدأ را مشخص کنیم.

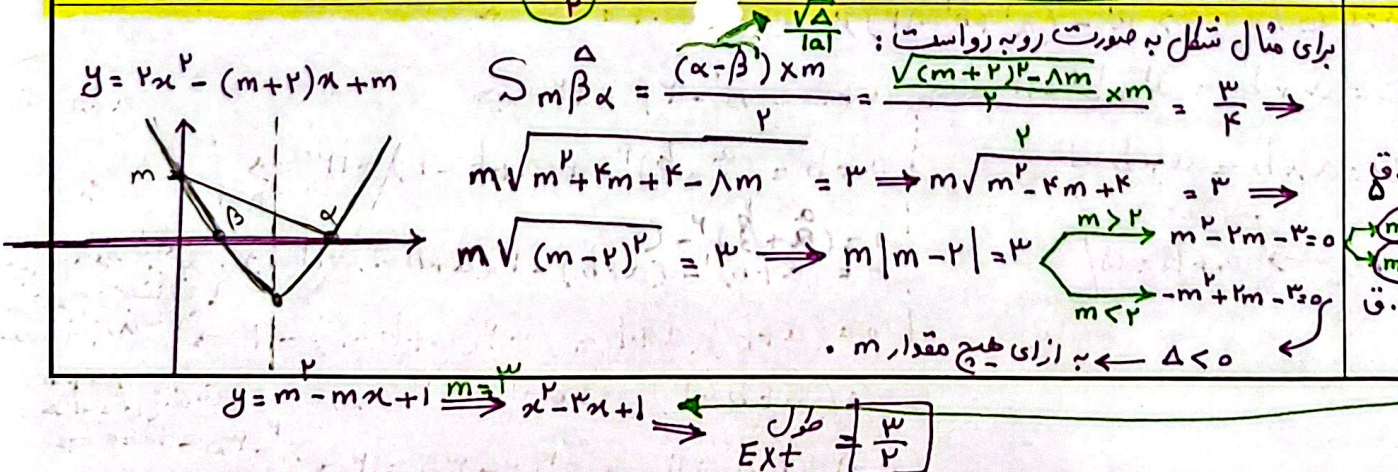


$\alpha + \beta = 1$
 $\alpha\beta = -2$
 $\Rightarrow \beta = -\frac{2}{\alpha} \Rightarrow \alpha - \frac{2}{\alpha} = 1 \Rightarrow \alpha^2 - 2 = \alpha \Rightarrow \alpha^2 - \alpha - 2 = 0 \Rightarrow (\alpha - 2)(\alpha + 1) = 0$
 $\alpha = 2 \Rightarrow \beta = -1$
 $\alpha = -1 \Rightarrow \beta = 2$

فروقی نمی‌کنند.

یکی از ریشه‌های عبارت ما ۱- است، پس عبارت بر $x+1$ بخش پذیر است پس مجموع ضرایب توان‌ها زوج با فرد برابر است.
 $4 + (-9) = k + (-2) \Rightarrow -5 = k - 2 \Rightarrow k = -3$

ریشه‌ها α و β هستند.
 $\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta} = 1 \Rightarrow \alpha + \beta - 2\sqrt{\alpha\beta} = 1$
 $S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = 2m$
 $P = \alpha \cdot \beta = \frac{c}{a} = m$
 $3m - 2\sqrt{m} = 1 \Rightarrow \sqrt{m} = t$
 $3t^2 - 2t - 1 = 0$ مجموع ضرایب صفر
 $\frac{c}{a} = -\frac{1}{3}$ و ۱ = ریشه‌ها
 $\sqrt{m} = 1$ یا $\sqrt{m} = -\frac{1}{3}$
 $\frac{c}{a} = -\frac{1}{3}$



$y = ax^2 + 4x + a$ $\xrightarrow{\text{کمترین مقدار}}$ Min $\left| \begin{array}{l} -\frac{4}{2a} \\ \frac{4}{a} = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{4a^2 - 9}{4a} = \frac{V}{4} \Rightarrow \end{array} \right.$
 $a > 0$
 $16a^2 - 16 = 4a \Rightarrow 16a^2 - 4a - 16 = 0 \Rightarrow a = \frac{4 \pm \sqrt{256}}{32} \Rightarrow$ یک مقدار
 $\left. \begin{array}{l} \text{غ. ق. ق.} \\ 14 \end{array} \right\}$

$x^2 - (a+1)x + a = 0 \xrightarrow{\text{تجزیه می کنیم}}$ $(x-1)(x-a) = 0 \left\{ \begin{array}{l} \alpha = 1 \\ \alpha = a \end{array} \right. \xrightarrow{\text{اعداد فرد طبیعی متوالی}}$
 $a = 3 \Rightarrow$ ضرب شده ها $= 3$

$x^2 - 10x + b = 0 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} S = \alpha + \beta = 10 \\ P = b \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{زوج متوالی دو عدد}}$ $\alpha = 4$ و $\beta = 6 \Rightarrow$
 $24 = 24 \Rightarrow 24 - 3 = 21$

$y = -ax^2 + ax + 2 \Rightarrow \text{Ext}$ $\left| \begin{array}{l} \frac{1}{y_1} \\ y_1 \end{array} \right. \Rightarrow y_1 = -\frac{a}{4} + \frac{a}{2} + 2 = \frac{a}{4} + 2$
 $y_2 = -\frac{a}{14} + \frac{a}{7} + 2 = \frac{3a}{14} + 2 \xrightarrow{a = -12} -\frac{36}{14} + 2 = -\frac{b}{4} - 1 \Rightarrow b = -4$
 $y_1 = \frac{b}{4} - \frac{b}{4} - 1 = -1 \Rightarrow \frac{a}{4} + 2 = -1 \Rightarrow \frac{a}{4} = -3 \Rightarrow a = -12$
 $y = 2bx^2 - bx - 1 \Rightarrow \text{Ext}$ $\left| \begin{array}{l} \frac{1}{y_2} \\ y_2 \end{array} \right. \Rightarrow y_2 = \frac{b}{4} - \frac{b}{4} - 1 = -\frac{b}{4} - 1$
 $b - a = -4 + 12 = 8$

$y = 25ax^2 + 4x + \beta \xrightarrow{\text{برجایگذاری می کنیم}}$ $S = \alpha + \beta = -\frac{4}{25a} \alpha$ $\beta = 0 \rightarrow P = 0 \rightarrow \alpha = -\frac{4}{25a} \alpha$
 $P = \alpha \cdot \beta = \frac{\beta}{25a} \alpha$ $\beta \neq 0 \Rightarrow \alpha = 0$
 $\alpha > \beta \Rightarrow$ $\beta > \alpha$
 $\alpha < \beta \Rightarrow \frac{1}{\alpha} \Rightarrow \frac{1}{\alpha} + \beta = -\frac{4}{125} \Rightarrow \beta = \frac{29}{125}$
 $\frac{1}{\beta} \Rightarrow -\frac{1}{\beta} + \beta = +\frac{4}{125} \Rightarrow \beta = \frac{29}{125}$
 $-ax^2 + 4x + \frac{29}{125} \Rightarrow \text{Ext}$ \rightarrow در نتیجه 1

$a, b \in \mathbb{N} \Rightarrow x^2 - (a^2 + b^2 - 12)x + a + b - 1 = 0 \Rightarrow$
 $S = a + b = a^2 + b^2 - 12 \Rightarrow a + b = S^2 - 2P - 12 \Rightarrow$
 $P = ab = a + b - 1$
 $(*) \rightarrow a + b = 5$
 $0 = (a+b)^2 - (a+b) - 2(a+b-1) - 12 \Rightarrow$
 $0 = (a+b)(a+b-1) - 2(a+b-1) - 12 \Rightarrow$
 $0 = (a+b-2)(a+b-1) - 12 \Rightarrow$
 $(S-2)(S-1) = 12 \Rightarrow S^2 + 2 - 3S = 12 \Rightarrow S^2 - 3S - 10 = 0 \Rightarrow (S-5)(S+2) = 0$