نام و نام خانوادگی ..کیارش سپیدان.. پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۲۴.. کلاس ..دهم.. ..ب..

۱

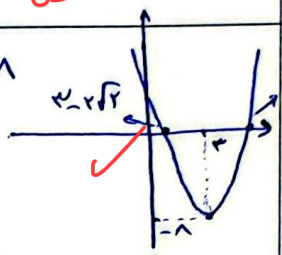
الف) $ext\left|\begin{matrix}-\frac{b}{2a}\\ -\frac{\Delta}{4a}\end{matrix}\right. \Rightarrow \min\left|\begin{matrix}\frac{4}{2}\\ -\frac{\Delta}{8}\end{matrix}\right. \Rightarrow \min\left|\begin{matrix}1\\ -1\end{matrix}\right.$ اکسترمم از نوع مینیمم است.

ب) $ext\left|\begin{matrix}-\frac{b}{2a}\\ -\frac{\Delta}{4a}\end{matrix}\right. \Rightarrow \max\left|\begin{matrix}-\frac{6}{-4}\\ \frac{32}{-8}\end{matrix}\right. \Rightarrow \max\left|\begin{matrix}3\\ -\frac{32}{8}\end{matrix}\right.$ اکسترمم از نوع ماکزیمم است.

۲

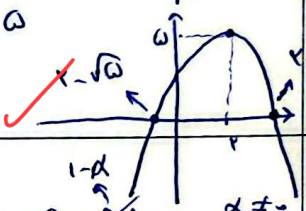
الف) $y=x^2-6x+1$ $x_s=-\frac{b}{2a}=\frac{6}{2}=3 \Rightarrow y_s=-8$

$\Delta=32$ $x_1=\frac{6+4\sqrt{2}}{2}=3+2\sqrt{2}$, $x_2=\frac{6-4\sqrt{2}}{2}=3-2\sqrt{2}$



ب) $y=-x^2+4x+1$ $x_s=-\frac{b}{2a}=-\frac{4}{-2}=2 \Rightarrow y_s=5$

$\Delta=20$ $x_1=\frac{-4+2\sqrt{5}}{-2}=2-\sqrt{5}$, $x_2=\frac{-4-2\sqrt{5}}{-2}=2+\sqrt{5}$



۳

α, β ریشه‌های معادله $\Rightarrow 4\alpha^3+k\alpha^2-9\alpha+\alpha\beta=0 \Rightarrow \alpha(4\alpha^2+k\alpha-9+\beta)=0 \xrightarrow{\alpha\neq 0}$

① $4\alpha^2+\alpha(k-1)-8=0$ $4\beta^3+k\beta^2-9\beta+\alpha\beta=0 \Rightarrow \beta(4\beta^2+k\beta-9+\alpha)=0 \xrightarrow{\beta\neq 0}$

② $4\beta^2+\beta(k-1)-8=0$ طرفین در رابطه ① و ② از هم کم $\Rightarrow 4\alpha^2+\alpha k-\alpha-8-4\beta^2-\beta k+\beta+8=0$

$\Rightarrow 4(\alpha+\beta)(\alpha-\beta)-k(\beta-\alpha)+\beta-\alpha=0 \Rightarrow (\beta-\alpha)(1-4-k)=0 \xrightarrow{\alpha\neq\beta}$

$-3-k=0 \Rightarrow \boxed{k=-3}$

۴

ریشه‌ها را α, β در نظر می‌گیریم:

$\Rightarrow \sqrt{\alpha}-\sqrt{\beta}=1 \xrightarrow{\text{طرفین به توان ۲}} \alpha+\beta-2\sqrt{\alpha\beta}=1$

$S=\alpha+\beta=-\frac{b}{a}=3m$

$P=\alpha\beta=\frac{c}{a}=m$

$\Rightarrow 3m-2\sqrt{m}=1 \xrightarrow{\sqrt{m}=x} 3x^2-2x-1=0 \xrightarrow{\text{جمع ضرایب صفر}}$

$\sqrt{m}=x=1$ ✓

$\sqrt{m}=x=-\frac{1}{3}$ ✗

$\Rightarrow \sqrt{m}=1 \Rightarrow m=1 \Rightarrow 2x^2+mx-m=2x^2+x-1$

حاصل‌ضرب ریشه‌ها $=\frac{c}{a}=-\frac{1}{2}$

۵

$\left[\begin{matrix}\circ\\ m\end{matrix}\right] \Rightarrow m=$ اندازه ارتفاع مثلث؛ مختصات محل تقاطع تابع با محور عرض‌ها

اندازه قاعده مثلث $=|\alpha-\beta|=\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}=\frac{\sqrt{m^2+4+4m-8m}}{2}=\frac{\sqrt{(m-2)^2}}{2}$

$=\frac{|m-2|}{2}$ $\begin{matrix}m>2 \\ m<2\end{matrix}$ $=\frac{m-2}{2}$ ① $\Rightarrow$ حالت ①: $S=\frac{m(m-2)}{2}=\frac{3}{4} \Rightarrow m^2-2m-3=0$

$m=3$ $m=-1$ (غ ق ق)

$x_s=-\frac{b}{2a}=\frac{3}{2}$ $x_s=-\frac{b}{2a}=-\frac{1}{2}$

مقادیر ممکن برای طول رأس سهمی

$=\frac{2-m}{2}$ ② $\Rightarrow$ حالت ②: $S=\frac{m(2-m)}{2}=\frac{3}{4} \Rightarrow 1-m+2m-3=0$

$\Delta<0 \Rightarrow$ جواب حقیقی ندارد

۱ کمترین مقدار سهمی برابر با عرض نقطهٔ Vertex آن است:

$$y_s = -\frac{\Delta}{4a} \Rightarrow \frac{-(9-4a^2)}{4a} = \frac{V}{8} \Rightarrow 32a^2 - 72 = 28a^2 \Rightarrow a = \pm 3\sqrt{2}$$

۶ ① با توجه به اینکه سهمی دارای کمترین مقدار است، یعنی مینیم دارد است و باید $a > 0$

② a و c ← مختلف العلامت ← Δ بنابراین از صفر بزرگتر است

معادله دو ریشه مختلف العلامت دارد ← $ac < 0$ ← مقدار مثبت a قابل قبول است ← کمترین مقدار سهمی ← $\frac{V}{8}$

① و ② $\Rightarrow a = 3\sqrt{2}$ ← به ازای یک مقدار

$8a^2 - Va - 18 = 0$

۷ ریشه‌های معادلهٔ اول را α_1, β_1 و ریشه‌های معادلهٔ دوم را α_2, β_2 می‌نامیم:

$$|\alpha_1 - \beta_1| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = 2 \Rightarrow \frac{\sqrt{a^2+1+2a-4a}}{1} = 2 \Rightarrow \sqrt{(a-1)^2} = 2 \Rightarrow |a-1| = 2$$

چون α_1, β_1 دو عدد فرد متوالی‌اند، طبیعی‌اند پس $\alpha_1\beta_1 > 1$ ②

$$\frac{a}{1} > 1 \Rightarrow a - 1 > 0 \Rightarrow a - 1 = 2 \Rightarrow \boxed{a = 3}$$

$$|\alpha_2 - \beta_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = 2 \Rightarrow \frac{\sqrt{9a^2+1+6a-4b}}{1} = 2 \Rightarrow \sqrt{81+18+1-4b} = 2 \Rightarrow$$

$$100 - 4b = 4 \Rightarrow 4b = 96 \Rightarrow \boxed{b = 24}$$

$$\left.\begin{matrix} \alpha_1\beta_1 = \frac{a}{1} = 3 \\ \alpha_2\beta_2 = \frac{b}{1} = 24 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \alpha_2\beta_2 - \alpha_1\beta_1 = 24 - 3 = 21$$

۸ ضلعات رأس سهمی اول را $\begin{vmatrix} x_{s_1} \\ y_{s_1} \end{vmatrix}$ و ضلعات رأس سهمی دوم را $\begin{vmatrix} x_{s_2} \\ y_{s_2} \end{vmatrix}$ می‌نامیم:

$$x_{s_1} = \frac{-a}{-2a} = \frac{1}{2} \qquad x_{s_2} = \frac{b}{4b} = \frac{1}{4}$$

$$y_{s_1} = \frac{-\Delta}{-4a} = \frac{a^2+8a}{4a} \qquad y_{s_2} = \frac{-\Delta}{8b} = \frac{b^2+8b}{-8b}$$

② $2b\left(\frac{1}{4}\right) - b\left(\frac{1}{2}\right) - 1 = \frac{a}{4} + 1 \Rightarrow \frac{a}{4} = -3 \Rightarrow a = -12$

$$\frac{-a}{16} + \frac{a}{4} + 1 = -\frac{b}{8} - 1 \Rightarrow \frac{12}{16} = -\frac{b}{8} \Rightarrow b = -6$$

$$\Rightarrow -b - a = -(-6) - (-12) = 6$$

۹ $\left.\begin{matrix} 2a\alpha^3 + 4\alpha + \beta = 0 \\ 2a\alpha\beta^2 + 4\beta + \beta = 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow 2a\alpha^3 + 4\alpha = 2a\alpha\beta^2 + 4\beta \Rightarrow \alpha(2a\alpha^2 + 4) = \beta(2a\alpha\beta + 4)$

$\beta > \alpha \Rightarrow 2a\alpha^2 + 4 > 2a\alpha\beta + 4 \Rightarrow \alpha^2 > \alpha\beta \Rightarrow$

روش دوم:

$\alpha\beta = \frac{\beta}{2a} \Rightarrow \alpha^2 = \frac{1}{2a}$

$\beta > 0, \alpha < 0 \Rightarrow x_s = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{20\alpha} \xrightarrow{\alpha < 0} x_s > 0$

$\Rightarrow \alpha = \pm\frac{1}{a}$ $\alpha = \alpha$: $2a\alpha\times\frac{1}{2a} + 4\alpha + \beta = 0 \Rightarrow$

$y_s = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{\Delta}{100\alpha} \xrightarrow{\alpha < 0} y_s > 0$ ②

$\alpha + \beta > 0 \Rightarrow \beta > -\alpha \xrightarrow{\beta > \alpha} \begin{cases} \alpha = -\frac{1}{5} \\ \beta = 1 \end{cases} \Rightarrow y = -\frac{1}{5}x^2 + 4x + 1 \Rightarrow x_s = 10 \quad y_s = 21$

در ناحیهٔ اول قرار دارد.

در ناحیهٔ اول قرار دارد.

۱۰ $\left.\begin{matrix} a+b = a^2+b^2-12 \Rightarrow S = S^2 - 2P = 12 \\ ab = a+b-1 \Rightarrow P = S-1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow S = S^2 - 2S - 10 \Rightarrow$

$S^2 - 3S - 10 = 0 \Rightarrow$ ②

$(S-5)(S+2) = 0 \begin{cases} S = 5 \checkmark \\ S = -2 \times \end{cases} \Rightarrow a+b = S = 5$

چون a, b اعداد طبیعی‌اند جوابشان منفی نیست