نام و نام خانوادگی ..کیارش بیدیان.. پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۲۴.. کلاس ..دهم..

۱

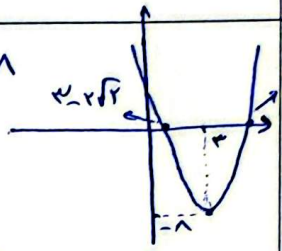
الف) $ext\left|\begin{matrix}-\frac{b}{2a}\\-\frac{\Delta}{4a}\end{matrix}\right. \Rightarrow \min\left|\begin{matrix}\frac{4}{2}\\-\frac{\Delta}{8}\end{matrix}\right. \Rightarrow \min\left|\begin{matrix}1\\-1\end{matrix}\right.$ اکسترمم از نوع مینیمم است.

ب) $ext\left|\begin{matrix}-\frac{b}{2a}\\-\frac{\Delta}{4a}\end{matrix}\right. \Rightarrow \max\left|\begin{matrix}-\frac{3}{-4}\\\frac{31}{-8}\end{matrix}\right. \Rightarrow \max\left|\begin{matrix}\frac{3}{4}\\-\frac{31}{8}\end{matrix}\right.$ اکسترمم از نوع ماکزیمم است.

۲

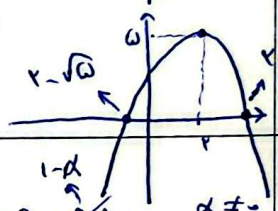
الف) $y=x^2-6x+1 \quad x_s=-\frac{b}{2a}=\frac{6}{2}=3 \Rightarrow y_s=-8$

$\Delta=32 \Rightarrow x_1=\frac{6+4\sqrt{2}}{2}=3+2\sqrt{2}$, $x_2=\frac{6-4\sqrt{2}}{2}=3-2\sqrt{2}$



ب) $y=-x^2+4x+1 \quad x_s=-\frac{b}{2a}=-\frac{4}{-2}=2 \Rightarrow y_s=5$

$\Delta=20 \Rightarrow x_1=\frac{-4+2\sqrt{5}}{-2}=2-\sqrt{5}$, $x_2=\frac{-4-2\sqrt{5}}{-2}=2+\sqrt{5}$



۳

α,β ریشه‌های $x^2+kx-9=0 \Rightarrow \alpha^3+k\alpha^2-9\alpha+\alpha\beta=0 \Rightarrow \alpha(\alpha^2+k\alpha-9+\beta)=0 \xrightarrow{\alpha\neq 0} \alpha^2+k\alpha-9+\beta=0$ ①

$\beta^3+k\beta^2-9\beta+\alpha\beta=0 \Rightarrow \beta(\beta^2+k\beta-9+\alpha)=0 \xrightarrow{\beta\neq 0} \beta^2+k\beta-9+\alpha=0$ ②

طرفین دو رابطه ① و ② از هم کم $\Rightarrow \alpha^2+\alpha k-\alpha-9-\beta^2-\beta k+\beta+9=0$

$\Rightarrow (\alpha+\beta)(\alpha-\beta)-k(\beta-\alpha)+\beta-\alpha=0 \Rightarrow (\beta-\alpha)(1-\alpha-k)=0 \xrightarrow{\alpha\neq\beta} 1-\alpha-k=0$

$-3-k=0 \Rightarrow \boxed{k=-3}$

۴

ریشه‌ها را α,β در نظر می‌گیریم:

$\Rightarrow \sqrt{\alpha}-\sqrt{\beta}=1 \xrightarrow{\text{طرفین به توان ۲}} \alpha+\beta-2\sqrt{\alpha\beta}=1$

$S=\alpha+\beta=-\frac{b}{a}=3m$

$P=\alpha\beta=\frac{c}{a}=m$

$\Rightarrow 3m-2\sqrt{m}=1 \xrightarrow{\sqrt{m}=x} 3x^2-2x-1=0 \xrightarrow{\text{جمع ضرایب صفر}} \Rightarrow$

$\sqrt{m}=x=1$ ✓

$\sqrt{m}=x=-\frac{1}{3}$ ✗

$\Rightarrow \sqrt{m}=1 \Rightarrow m=1 \Rightarrow 2x^2+mx-m=2x^2+x-1$

حاصل‌ضرب ریشه‌ها $=\frac{c}{a}=-\frac{1}{2}$

۵

$\left[\begin{matrix}\circ\\m\end{matrix}\right] \Rightarrow m=$ اندازه ارتفاع مثلث؛ مختصات محل تقاطع تابع با محور عرض‌ها

اندازه قاعده مثلث $=|\alpha-\beta|=\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}=\frac{\sqrt{m^2+4+4m-8m}}{2}=\frac{\sqrt{(m-2)^2}}{2}$

$=\frac{|m-2|}{2} \begin{matrix}\nearrow m-2\\ \searrow 2-m\end{matrix} \Rightarrow$ ① $\frac{m-2}{2}$ ✓ ② $\frac{2-m}{2}$ ✗

حالت ①: $S=\frac{m(m-2)}{2}=\frac{3}{4} \Rightarrow m^2-2m-3=0$

$m=3$ (ق.ق.ب) $\quad m=-1$ (ق.ق.ق)

$x_s=-\frac{b}{2a}=\frac{3}{2}$ $\quad x_s=-\frac{b}{2a}=-\frac{1}{2}$

مقادیر ممکن برای طول رأس سهمی

حالت ②: $S=\frac{m(2-m)}{2}=\frac{3}{4} \Rightarrow 1-m+2m-3=0$

$\Delta<0 \Rightarrow$ جواب حقیقی ندارد

۶ کمترین مقدار سهمی برابر با عرض نقطهٔ Vertex آن است:

$y_s = -\frac{\Delta}{4a} \Rightarrow \frac{-(9-4a^2)}{4a} = \frac{V}{8} \Rightarrow 32a^2 - 72 = 28a^2 \Rightarrow a = \pm\sqrt[3]{2}$

(۱) با توجه به اینکه سهمی دارای کمترین مقدار است، یعنی مینیمم دارد است و باید $a > 0$

(۲) $\Rightarrow a = \sqrt[3]{2}$ (۱) و (۲) $\Rightarrow$ به ازای یک مقدار

۷ ریشه‌های معادلهٔ اول را α_1, β_1 و ریشه‌های معادلهٔ دوم را α_2, β_2 می‌نامیم:

$|\alpha_1 - \beta_1| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = 2 \Rightarrow \frac{\sqrt{a^2+1+2a-4a}}{1} = 2 \Rightarrow \sqrt{(a-1)^2} = 2 \Rightarrow |a-1| = 2$

(۱) چون α_1, β_1 دو عدد فرد متوالی‌اند، طبیعی‌اند پس $\alpha_1\beta_1 > 1$

$\frac{a}{1} > 1 \Rightarrow a - 1 > 0 \Rightarrow a - 1 = 2 \Rightarrow \boxed{a = 3}$

$|\alpha_2 - \beta_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = 2 \Rightarrow \frac{\sqrt{9a^2+1+6a-4b}}{1} = 2 \Rightarrow \sqrt{81+18+1-4b} = 2 \Rightarrow$

$100 - 4b = 4 \Rightarrow 4b = 96 \Rightarrow \boxed{b = 24}$

$\left.\begin{matrix}\alpha_1\beta_1 = \frac{a}{1} = 3 \\ \alpha_2\beta_2 = \frac{b}{1} = 24\end{matrix}\right\} \Rightarrow \alpha_2\beta_2 - \alpha_1\beta_1 = 24 - 3 = 21$

۸ مختصات رأس سهمی اول را $\begin{vmatrix} x_{s_1} \\ y_{s_1} \end{vmatrix}$ و مختصات رأس سهمی دوم را $\begin{vmatrix} x_{s_2} \\ y_{s_2} \end{vmatrix}$ می‌نامیم:

$x_{s_1} = \frac{-a}{-2a} = \frac{1}{2}$ $\quad x_{s_2} = \frac{b}{4b} = \frac{1}{4}$

$y_{s_1} = \frac{-\Delta}{-4a} = \frac{a^2+8a}{4a}$ $\quad y_{s_2} = \frac{-\Delta}{8b} = \frac{b^2+8b}{-8b}$

$2b\left(\frac{1}{4}\right) - b\left(\frac{1}{2}\right) - 1 = \frac{a}{4} + 2 \Rightarrow \frac{a}{4} = -3 \Rightarrow a = -12$

$\frac{-a}{16} + \frac{a}{4} + 1 = -\frac{b}{8} - 1 \Rightarrow \frac{12}{16} = -\frac{b}{8} \Rightarrow b = -6$

$\Rightarrow b - a = -6 - (-12) = 6$

۹ $\left.\begin{matrix}2a\alpha^3 + 4\alpha + \beta = 0 \\ 2a\alpha\beta^2 + 4\beta + \beta = 0\end{matrix}\right\} \Rightarrow 2a\alpha^3 + 4\alpha = 2a\alpha\beta^2 + 4\beta \Rightarrow \alpha(2a\alpha^2 + 4) = \beta(2a\alpha\beta + 4)$

$\beta > \alpha \Longrightarrow 2a\alpha^2 + 4 > 2a\alpha\beta + 4 \Rightarrow \alpha^2 > \alpha\beta \Rightarrow$

روش دوم:

$\alpha\beta = \frac{\beta}{2a\alpha} \Rightarrow \alpha^2 = \frac{1}{2a}$

$\beta > 0, \alpha < 0 \Rightarrow x_s = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{20\alpha} \xrightarrow{\alpha<0} x_s > 0$

$y_s = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{\Delta}{100\alpha} \xrightarrow{\Delta>0, \alpha<0} y_s > 0 \Rightarrow$ در ناحیهٔ اول قرار دارد.

$\Rightarrow \alpha = \pm\frac{1}{\sqrt{2a}}$ $\quad \alpha = \alpha: 2a\alpha\times\frac{1}{2a} + 4\alpha + \beta = 0 \Rightarrow$

$5\alpha + \beta = 0 \Rightarrow \beta = -5\alpha \xrightarrow{\beta>\alpha} \begin{cases}\alpha = -\frac{1}{5} \\ \beta = 1\end{cases} \Rightarrow y = -\frac{1}{5}x^2 + 2x + 1 \Rightarrow x_s = 10 \quad y_s = 21$

در ناحیهٔ اول قرار دارد.

۱۰ $\left.\begin{matrix}a+b = a^2+b^2-12 \Rightarrow S = S^2 - 2P = 12 \\ ab = a+b-1 \Rightarrow P = S-1\end{matrix}\right\} \Rightarrow S = S^2 - 2S - 10 \Rightarrow$

$S^2 - 3S - 10 = 0 \Rightarrow (S-5)(S+2) = 0 \begin{cases} S = 5 \checkmark \\ S = -2 \times \end{cases} \Rightarrow a+b = S = 5$

چون a, b اعداد طبیعی‌اند جوابشان منفی نیست