نام و نام خانوادگی: محمدرضا احمدی .... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۵ کلاس دهم تجربی B ....

۱

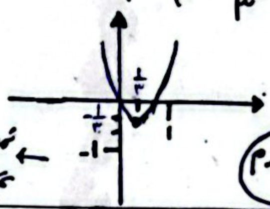
الف) $y=3x^2-2x \rightarrow \begin{cases} x_S=\frac{-b}{2a}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3} \\ y_S=3\left(\frac{1}{3}\right)^2-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}-\frac{2}{3}=\frac{-1}{3} \end{cases}$

$a=3>0 \rightarrow$ سهمی min دار است

$\rightarrow min \left| \begin{matrix} \frac{1}{3} \\ \frac{-1}{3} \end{matrix} \right.$

$c=0 \rightarrow$ یکی از ریشه‌ها صفر است

نمودار سهمی از ناحیه سوم نمی‌گذرد. ← جواب: ناحیه سوم



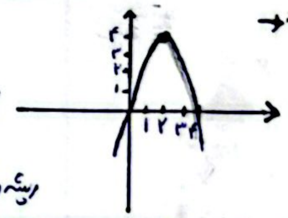
ب) $y=-x^2+4x \rightarrow \begin{cases} x_S=\frac{-b}{2a}=\frac{-4}{-2}=2 \\ \xrightarrow{x_S=2} y_S=-4+8=4 \end{cases}$

$a=-1<0 \rightarrow$ سهمی max دار هست.

$\rightarrow max \left| \begin{matrix} 2 \\ 4 \end{matrix} \right.$

$c=0 \rightarrow$ یکی از ریشه‌ها صفر است، ریشه دیگر ۴ است

سهمی از ناحیه دوم نمی‌گذرد ← ناحیه دوم



۲

الف) $y=2x^2-5x+2 \rightarrow \begin{cases} x_S=\frac{-b}{2a}=\frac{5}{4} \\ \xrightarrow{x_S=\frac{5}{4}} y_S=\frac{25}{8}-\frac{25}{4}+2 \end{cases}$

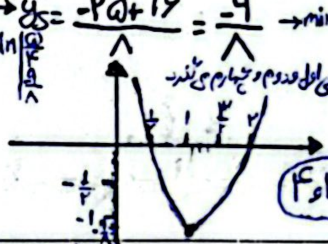
روش دوم: $y=x^2-5x+4$ (روش روسی)

$\rightarrow y=(x-2)\left(x-\frac{1}{2}\right) \rightarrow y_S=\frac{-25+16}{8}=\frac{-9}{8} \rightarrow min \left| \begin{matrix} \frac{5}{4} \\ \frac{-9}{8} \end{matrix} \right.$

صفرهای سهمی: $x=2$ ، $x=\frac{1}{2}$

$c=2$ ، $a=2>0$ سهمی min دار است. محل برخورد با محور yها

از نواحی اول و دوم و چهارم می‌گذرد ← ۱ و ۲ و ۴



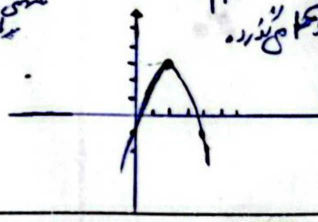
ب) $y=-x^2+4x-1 \rightarrow \begin{cases} x_S=\frac{-b}{2a}=\frac{-4}{-2}=2 \\ \xrightarrow{x_S=2} y_S=-4+8-1=3 \end{cases}$

$a=-1<0 \rightarrow$ سهمی max دار است

$c=-1$ محل برخورد سهمی با محور yها برابر است با -1.

$\rightarrow max \left| \begin{matrix} 2 \\ 3 \end{matrix} \right.$

سهمی از ناحیه ۱ و ۳ و ۴ می‌گذرد ← ۱ و ۳ و ۴



۳

الف) $\frac{\alpha+\beta}{\alpha-\beta} \rightarrow \begin{cases} \alpha+\beta=\frac{-b}{a}=1 \\ |\alpha-\beta|=\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}=\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{|a|}=\frac{\sqrt{1+12}}{1}=\sqrt{13} \end{cases} \rightarrow \frac{\alpha+\beta}{\alpha-\beta}=\frac{1}{\sqrt{13}}\times\frac{\sqrt{13}}{\sqrt{13}}=\frac{\sqrt{13}}{13}$

ب) $\alpha^2+\beta^2=S^2-2P=\left(\frac{-b}{a}\right)^2-\frac{2c}{a}=1-(-6)=1+6=7 \rightarrow \alpha^2+\beta^2=7$

ج) $\alpha^3+\beta^3=S^3-3PS \xrightarrow[P=\frac{c}{a},\ S=\frac{-b}{a}]{S=\frac{-b}{a}} (1)^3-3(1\times-3)=1+9=10 \rightarrow \alpha^3+\beta^3=10$

د) $\alpha^3-\beta^3=(\alpha-\beta)^3+3\alpha\beta(\alpha-\beta)=(\sqrt{13})^3+3\times-3(\sqrt{13})=13\sqrt{13}-9\sqrt{13}=4\sqrt{13}$

$|\alpha-\beta|=\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}=\frac{\sqrt{1+12}}{1}=\sqrt{13}$ و $\alpha\beta=\frac{c}{a}=-3 \rightarrow \alpha^3-\beta^3=4\sqrt{13}$

۴

چون فقط یک ریشه دارد و بیشتر آن ریشه $x=2$ ← معادله x^2-ax+a نباید ریشه حقیقی داشته باشد و $\Delta<0$ باشد.

$\rightarrow \Delta<0 \rightarrow b^2-4ac<0 \rightarrow a^2-4a<0$

$\rightarrow a(a-4)<0$ باید تعیین علامت کنیم

x		0		4	
	+	0	−	0	+

$\rightarrow 0<a<4$

$\rightarrow a=(0,4)$

جواب $\rightarrow (0,4)$

۵

$3x^2-12x-a=0 \rightarrow 3\alpha^2-12\alpha-a=0 \rightarrow 3\alpha^2=12\alpha+a \rightarrow \alpha^2=4\alpha+\frac{a}{3}$ (I)

$\begin{cases} S=\alpha+\beta=\frac{-b}{a}=\frac{12}{3}=4 \\ P=\alpha\times\beta=\frac{c}{a}=\frac{-a}{3} \end{cases} \rightarrow \alpha^2+\beta^2=S^2-2P=4^2-\left(\frac{-2a}{3}\right)=16+\frac{2a}{3}$ (II)

$\rightarrow 2\alpha^2+\beta^2-4\alpha=7 \xrightarrow{(II)\ و\ (I)} \alpha^2+\alpha^2+\beta^2-4\alpha=7 \rightarrow 4\alpha+\frac{a}{3}+16+\frac{2a}{3}-4\alpha=7$

$\rightarrow a=-9$

$\rightarrow 3x^2-12x-a=0 \xrightarrow{a=-9} 3x^2-12x+9=0$

روش روسی: $x^2-12x+27=0 \rightarrow \left(x-\frac{9}{3}\right)\left(x-\frac{3}{3}\right)=0 \rightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=1 \end{cases}$ ریشه بزرگتر است $\rightarrow \frac{-9}{3}=-3$

جواب ← -3

۶

نقاط A و B هم‌عرض هستند پس میانگین طول‌ها برابر طول رأس سهمی است. $\Rightarrow x_S = b = \frac{7-2a+2a+3}{2} = \frac{10}{2} = 5$ → مختصات رأس سهمی → $S\begin{vmatrix}5\\3\end{vmatrix}$ ، $b-2=5-2=3$

مختصات نقاط A و B اعداد طبیعی هستند → $\begin{cases}7-2a>0 \rightarrow a<3.5\\ 2a+3>0 \rightarrow a>-1.5\\ a-2>0 \rightarrow a>2\end{cases} \xrightarrow{\cap} a=3 \rightarrow \begin{cases}A(9,1)\\ B(1,1)\\ S(5,3)\end{cases}$

$y = a'(x-x_S)^2+y_S \rightarrow y = a'(x-5)^2+3 \xrightarrow[\text{را جایگذاری می‌کنیم}]{B\begin{vmatrix}1\\1\end{vmatrix}} 1 = 16a'+3 \rightarrow a' = \frac{-1}{8}$

$\rightarrow y = \frac{-1}{8}(x-5)^2+3$ —محل برخورد سهمی با محور عرض‌ها از رابطه $x=0$ است→ $x=0 \rightarrow y = \frac{-25}{8}+3 = \frac{-1}{8}$ → فاصله تا مبدأ مختصات $= |y| = \left|\frac{-1}{8}\right| = \frac{1}{8}$

جواب ← $\frac{1}{8}$

۷

$\begin{cases}S=\alpha+\beta\\ P=\alpha\times\beta\end{cases} \rightarrow x^2-Sx+P=0 \rightarrow ax^2-ax-b=0 \xrightarrow[\div a]{\text{تقسیم بر a می‌کنیم}} x^2-x-\frac{b}{a}=0 \rightarrow \frac{-b}{a}=C$

$\frac{-b}{a}=C \rightarrow x^2-x+C=0 \rightarrow \begin{cases}S=\alpha+\beta=\frac{-b}{a}=1\\ P=\frac{c}{a}=C\end{cases} \rightarrow \beta^2-\beta+C=0 \rightarrow \beta^2-\beta=-C \ (1)$

$\Delta = b^2-4ac$

$\beta^2+\alpha^2 = S^2-2P = 1-2C \ (2)$

$40\beta^2+20\alpha^2-20\beta=17 \xrightarrow[\div 20]{\text{تقسیم بر ۲۰ می‌کنیم}} 2\beta^2+\alpha^2-\beta=\frac{17}{20} \rightarrow (\beta^2+\alpha^2)+(\beta^2-\beta)=\frac{17}{20}$

$\xrightarrow{(1),(2)} (\beta^2+\alpha^2)+(\beta^2-\beta) = 1-2C-C = 1-3C = \frac{17}{20} \rightarrow 3C=\frac{3}{20} \rightarrow C=\frac{1}{20} \xrightarrow{C=\frac{1}{20}} x^2-x+\frac{1}{20}=0$

$|\alpha-\beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{1-\frac{1}{5}}}{|1|} = \sqrt{\frac{4}{5}} = \frac{2}{\sqrt5}$ ← جواب

جواب → $\frac{2}{\sqrt5}$

۸

$x_S = \frac{1-5}{2} = \frac{-4}{2} = -2 \rightarrow x_S = \frac{-b}{2a} = -2 \rightarrow b=4a \rightarrow y=ax^2+bx+C \rightarrow \begin{cases}b=4a\\ C = \text{محل تقاطع نمودار با محور عرض‌ها} = \frac{3}{2}\end{cases}$ ، $a=\frac{1}{2}$

$\rightarrow y = ax^2+4ax+\frac{3}{2} \xrightarrow[\text{جایگذاری می‌کنیم}]{\text{مختصات رأس سهمی را در آن}} \begin{cases}x=-2\\ y=-\frac{1}{2}\end{cases} \rightarrow -\frac{1}{2} = 4a-8a+\frac{3}{2} \rightarrow 4a=2 \rightarrow a=\frac{1}{2}$

$(-5,\beta) \rightarrow \begin{cases}x=-5\\ y=\beta\end{cases} \rightarrow \beta = \frac{25}{2}-10+\frac{3}{2} = \frac{25-20+3}{2} = \frac{8}{2} = 4 \rightarrow \beta=4$

$\xrightarrow[b=4a]{a=\frac{1}{2},\ b=4a} b=2 \rightarrow \begin{cases}a=\frac{1}{2}\\ b=2\\ C=\frac{3}{2}\end{cases} \ y = \frac{x^2}{2}+2x+\frac{3}{2}$

$(1,\beta) \rightarrow \begin{cases}x=1\\ y=\beta\end{cases} \rightarrow \beta = \frac{1}{2}+2+\frac{3}{2} = \frac{1+4+3}{2} = \frac{8}{2} = 4 \rightarrow \beta=4$

جواب ← $\beta=4$

۹

ابتدا ریشه‌های معادله $x^2+6x+a=0$ را به دست می‌آوریم $\Rightarrow x = \frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$ ، $\Delta = b^2-4ac$

$\alpha<\beta \rightarrow \alpha = \frac{-6-\sqrt{4(9-a)}}{2} = \frac{-6-2\sqrt{9-a}}{2} = -3-\sqrt{9-a}$

$\beta = \frac{-6+\sqrt{4(9-a)}}{2} = \frac{-6+2\sqrt{9-a}}{2} = -3+\sqrt{9-a}$

$\Rightarrow \begin{cases}\alpha^2 = (-3-\sqrt{9-a})^2 = 9+9-a+6\sqrt{9-a} = 18-a+6\sqrt{9-a}\\ \beta^2 = (-3+\sqrt{9-a})^2 = 9+9-a-6\sqrt{9-a} = 18-a-6\sqrt{9-a}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}3\alpha^2 = 54-3a+18\sqrt{9-a}\\ 2\beta^2 = 36-2a-12\sqrt{9-a}\end{cases}$

$\rightarrow 3\alpha^2+2\beta^2 = 54-3a+18\sqrt{9-a}+36-2a-12\sqrt{9-a} = 90-5a+6\sqrt{9-a} = 12\sqrt{2}+85$

$\rightarrow \begin{cases}90-5a=85 \rightarrow 5a=5 \rightarrow a=1\\ 6\sqrt{9-a}=12\sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{9-a}=2\sqrt{2} \rightarrow \sqrt{9-a}=\sqrt{8} \rightarrow 9-a=8 \rightarrow a=1\end{cases}$

جواب → $a=1$

۱۰

$\frac{1}{\sqrt{\alpha}}+\frac{1}{\sqrt{\beta}} = 5 \rightarrow \frac{\sqrt{\beta}+\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\alpha}\times\sqrt{\beta}} = 5 \xrightarrow[\text{توان دو می‌رسانیم}]{\text{دو طرف را به}} \frac{(\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta})^2}{\alpha\times\beta} = 25 \rightarrow \frac{\alpha+\beta+2\sqrt{\alpha\beta}}{\alpha\times\beta} = 25$

$\begin{cases}\alpha+\beta = \frac{-b}{a} = \frac{m+14}{36}\\ \alpha\times\beta = \frac{c}{a} = \frac{1}{36}\end{cases} \rightarrow \frac{\alpha+\beta+2\sqrt{\alpha\beta}}{\alpha\times\beta} = \frac{\frac{m+14}{36}+2\sqrt{\frac{1}{36}}}{\frac{1}{36}} = 25 \rightarrow \frac{m+14}{36}+\frac{2}{6} = \frac{25}{36}$

$\xrightarrow[\text{ضرب می‌کنیم}]{\text{دو طرف را در ۳۶}} m+14+12=25 \rightarrow m=-1$

$\rightarrow mx^2+3x+2=0 \rightarrow -x^2+3x+2=0$

$\rightarrow \alpha'\times\beta' = \frac{c}{a} = \frac{2}{-1} = -2$