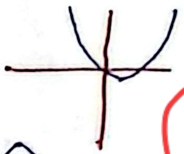
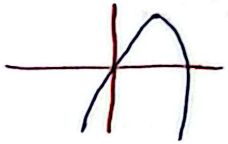
آرتیا ایزدی دهم پسر B ۲۰

-۱

الف) $y = ۳x^۲ - ۲x$ ناحیه‌ی ۳ $x_s = \frac{۲}{۶} = \frac{۱}{۳}$ $y_s = \frac{-\Delta}{۴a} = \frac{-۴}{۱۲} = -\frac{۱}{۳}$



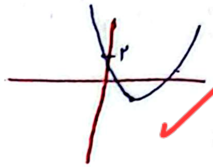
ب) $y = -x^۲ + ۴x$ ناحیه‌ی ۲ $x_s = \frac{-۴}{-۲} = ۲$ $y_s = \frac{-۱۶}{-۴} = +۴$



۲

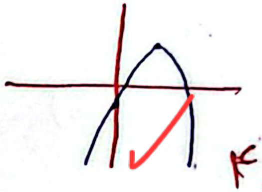
-۲

الف) $y = ۲x^۲ - ۵x + ۲$ $x_s = \frac{۵}{۴}$ $y_s = \frac{-(\overset{۹}{\cancel{۲۵-۱۶}})}{۸} = \frac{-۹}{۸}$



نواحی ۱ و ۲ و ۴

ب) $y = -x^۲ + ۴x - ۱ \Rightarrow x_s = \frac{-۴}{-۲} = ۲$ $y_s = \frac{-(\overset{۱۲}{\cancel{۱۶-۴}})}{-۴} = ۳$



نواحی ۱ و ۳ و ۴

۲

-۳

$x^۲ - x - ۳ = ۰$ $s = ۱$ و $P = -۳$ $d = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{۱+۱۲}}{۱} = \sqrt{۱۳}$

الف) $\frac{\alpha + \beta}{\alpha - \beta} = \frac{s}{d} = \boxed{\frac{۱}{\sqrt{۱۳}}}$

ب) $\alpha^۲ + \beta^۲ = (\alpha + \beta)^۲ - ۲\alpha\beta = (s)^۲ - ۲P = ۱ + ۶ = \boxed{۷}$

ج) $\alpha^۳ + \beta^۳ = (\alpha + \beta)^۳ - ۳\alpha^۲\beta - ۳\alpha\beta^۲ = (s)^۳ - \alpha(۳\alpha\beta) - \beta(۳\alpha\beta)$

$= s^۳ - (۳\alpha\beta)(-(\alpha + \beta)) = ۱ - ۹ \times (-۱) = ۱ + ۹ = \boxed{۱۰}$

۲

د) $\alpha^۳ - \beta^۳ =$ ~~$(\alpha - \beta)^۳ (\alpha + \beta) - \alpha^۲\beta + \alpha\beta^۲ = (\alpha + \beta)(\alpha - \beta) - \alpha(\alpha\beta) + \beta(\alpha\beta)$~~

~~$= (s)^۳ (d) + (\alpha\beta)(\beta - \alpha) = ۱ \times \sqrt{۱۳} + (-۳)(\sqrt{۱۳}) = \sqrt{۱۳}$~~

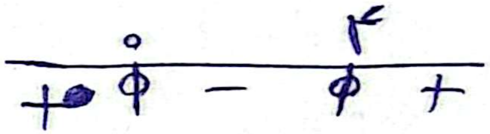
د) $\alpha^۳ - \beta^۳ = (\alpha - \beta)(\alpha^۲ + \beta^۲ + \alpha\beta) = \sqrt{۱۳}(۷ - ۳) = \boxed{۴\sqrt{۱۳}}$

$x^۲ - ax + a = ۰ = k(x-۲)^۲ \Rightarrow k(x^۲ - ۴x + ۴) = x^۲ - ax + a \Rightarrow k = ۱ \Rightarrow \boxed{a = \overset{-۴}{۴}}$

①

$x^۲ - ax + a$

$\Delta < ۰ \Rightarrow a^۲ - ۴a < ۰ \Rightarrow a(a-۴) < ۰$



$\Rightarrow D_a = \boxed{(۰ ، ۴)}$

②

$① \cup ② \Rightarrow a \in (۰ ، ۴]$

✓

②

۱۸

۱۸

$P(x) = ۳x^۲ - ۱۲x - a = ۰ \begin{cases} \rightarrow S = ۴ = \alpha + \beta \Rightarrow \beta = ۴ - \alpha \Rightarrow \alpha - ۴ = -\beta \\ \rightarrow P = -\frac{\alpha}{۳} \end{cases}$

$\frac{a}{\alpha} = \frac{-۹}{۳}$ ۵

۳ — ۱/۰ ۱/۰

$۲\alpha + \beta^۲ - ۴\alpha = ۷ \Rightarrow \alpha^۲ + (\alpha^۲ + \beta^۲) - ۴\alpha = ۷ \Rightarrow \alpha(\alpha - ۴) + (۱۶ + \frac{۲\alpha}{۳}) = ۷$

$\Rightarrow \alpha(\alpha - ۴) + (۱۶ + \frac{۲\alpha}{۳}) = ۷ \Rightarrow -\alpha\beta + \frac{۲a}{۳} = -۹ \Rightarrow \frac{a}{۳} + \frac{۲a}{۳} = -۹$

$\Rightarrow a = -۹ \xRightarrow{P(x)} ۳x^۲ - ۱۲x + ۹ \xRightarrow{\div ۳} x^۲ - ۴x + ۳ = (x - ۱)(x - ۳) \Rightarrow \alpha = ۳$ و $\beta = ۱$

۲

-۶

$y_A = y_B = a-۲ \Rightarrow x_s = \frac{x_A + x_B}{۲} = \frac{\cancel{۲a}+۳+۷-\cancel{۲a}}{۲} = ۵ = b = x_s$

$y_s = b-۲ = ۵-۲ = ۳$ $\quad \left.\begin{array}{l} ۷-۲a>۰ \Rightarrow a<۳/۵ \\ a-۲>۰ \Rightarrow a>۲ \end{array}\right\} \xRightarrow{a\in \mathbb{N}} a=۳ \Rightarrow \left.\begin{array}{l}(۱,۱)\\(۹,۱)\end{array}\right\}$ ۲

$\Rightarrow y = kx^۲+bx+c \Rightarrow \left.\begin{array}{l} ۳=۲۵k+۵b+c \\ ۱=k+b+c \\ ۱=۸۱k+۹b+c \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \overbrace{۲=۲۴k+۴b}^{\times ۲} \\ ۸۰k+۸b=۰ \end{array}\right\} \Rightarrow ۳۲k=-۴ \Rightarrow \left.\begin{array}{l} k=-\frac{۱}{۸} \\ ۹b=\frac{۵}{۴} \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{c=-\frac{۱}{۸}}$ ✓

فاصله مثبت اعلام می شود

-۷

$\left.\begin{array}{l} S=۱ \\ P=\frac{۱}{۲۰} \end{array}\right\} f(x) = ax^۲-ax+\frac{a}{۲۰} \Rightarrow \underset{\text{ریشه‌ها}}{d} = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$

$= \frac{\sqrt{a^۲-\frac{a^۲}{۵}}}{|a|} = \frac{\frac{۲\cancel{|a|}}{\sqrt{۵}}}{\cancel{|a|}} = \boxed{\frac{۲}{\sqrt{۵}}}$ ✓ $\Rightarrow ۴۰\beta^۲+۲۰\alpha^۲-۲۰\beta = ۱۷ \xRightarrow{\div ۲۰}$ ۲

$(\underbrace{۲\beta^۲+\alpha^۲}_{s^۲-۲p+\beta^۲}) - \beta = \frac{۱۷}{۲۰} \Rightarrow ۱-۲\alpha\beta+\beta(\overset{-\alpha}{\cancel{\beta-۱}}) \Rightarrow ۱-۳\alpha\beta = \frac{۱۷}{۲۰}$

$\Rightarrow \boxed{\alpha\beta = \frac{۱}{۲۰}}$

-۸

$x_s = \frac{-۵+۱}{۲} = -۲ \Rightarrow \text{ext} \left| \begin{array}{l} -۲ \\ -\frac{۱}{۲} \end{array}\right. \quad y = ax^۲+bx+c \quad c=\frac{۳}{۲}$ ۲

$-\frac{۱}{۲} = ۴a-۲b+\frac{۳}{۲} \Rightarrow ۴a-۲b=۲ \Rightarrow -b=-۲ \Rightarrow \underbrace{b=۲ \,, \; a=\frac{۱}{۲}}$

$\Rightarrow \beta = ۴$ ✓

$\left.\begin{array}{l} \beta = a+b+\frac{۳}{۲} \\ \beta = ۲۵a-۵b+\frac{۳}{۲} \end{array}\right\} \Rightarrow ۲۵a-۵b = a+b \Rightarrow ۲۴a = ۶b \Rightarrow \boxed{۴a=b}$

-۹

$x^۲+۶x+a=۰ \Rightarrow \begin{array}{l} S=۶ \\ P=a \end{array} \quad \text{ریشه‌ها} = \frac{-۶\pm\sqrt{۳۶-۴a}}{۲} = \boxed{-۳\pm\sqrt{۹-a}}$

$\alpha^۲+۲\cancel{(\alpha^۲+\beta^۲)}_{s^۲-۲p} = ۱۲\sqrt{۲}+۸۵ \Rightarrow (-۳-\sqrt{۹-a})^۲+۲(۳۶-۲a) = ۱۲\sqrt{۲}+۸۵$

$\Rightarrow ۹+۹-a+۶\sqrt{۹-a}+۷۲-۴a = ۱۲\sqrt{۲}+۸۵ \Rightarrow \cancel{۶}\sqrt{۹-a} = \underset{۲}{\cancel{۱۲}}\sqrt{۲} = a = ۱$ ✓

۲

-۱۰

$\boxed{۲}$

$$۳۶x^۲-(m+۱۴)\,x+۱=۰ \Rightarrow S=\frac{m+۱۴}{۳۶},\quad P=\frac{۱}{۳۶}$$

$$۵=\frac{۱}{\sqrt{\alpha}}+\frac{۱}{\sqrt{\beta}}=\frac{\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}}{\sqrt{\alpha\beta}} \Longrightarrow \frac{\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}}{\frac{۱}{۶}}=۵$$

$$\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}=\frac{۵}{۶} \xRightarrow{\text{به توان ۲}} \alpha+\beta+۲\sqrt{\alpha\beta} \Longrightarrow \frac{۲۵}{۳۶}$$

$$\Longrightarrow \alpha+\beta+۲\sqrt{\frac{۱}{۳۶}}=\frac{۲۵}{۳۶} \Longrightarrow \alpha+\beta+\frac{۱}{۳}=\frac{۲۵}{۳۶}$$

$$\Longrightarrow \frac{m+۱۴}{۳۶}=\frac{۲۵-۱۲}{۳۶}=\frac{۱۳}{۳۶} \Longrightarrow m=-۱ \Longrightarrow mx^۲+۳x+۲ \Longrightarrow P=\frac{۲}{m}=\boxed{-۲}$$

✓