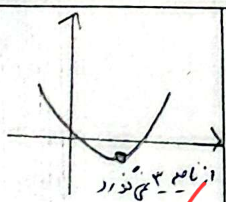
نام و نام خانوادگی: کردیا رضایی ۲۰ پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۵ کلاس پیش‌ای B

۱

الف) $y = 3x^2 - 2x \longrightarrow a > 0$

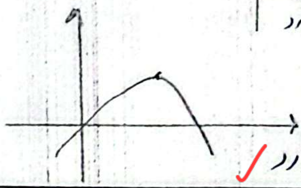
$x_s = -\frac{b}{2a} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \longrightarrow y_s = 3 \times \frac{1}{9} - \frac{2}{3} = -\frac{1}{3}$



از ناحیه ۳ نمی‌گذرد

ب) $y = -x^2 + 4x \longrightarrow a < 0$

$x_s = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{-2} = 2 \longrightarrow y_s = -4 + 8 = 4$



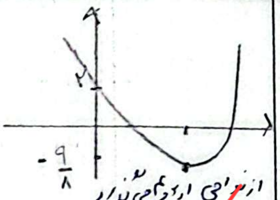
از ناحیه ۲ نمی‌گذرد

۲

۲

الف) $y = 2x^2 - 5x + 2 \longrightarrow a > 0$

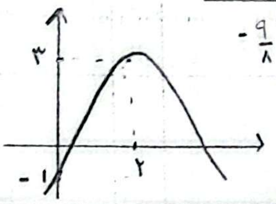
$x_s = \frac{-b}{2a} = \frac{5}{4} \to y_s = \frac{4ac - b^2}{4a} = \frac{16 - 25}{8} = -\frac{9}{8}$



از نواحی ۲ و ۳ نمی‌گذرد

ب) $y = -x^2 + 4x - 1 \to a < 0$

$x_s = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2a} = \frac{-4}{-2} = 2 \to y_s = -4 + 8 - 1 = 3$



از نواحی ۲ و ۳ نمی‌گذرد

۲

۳

$x^2 - x - 3 = 0 \longrightarrow S = -\frac{b}{a} = \frac{1}{1} = 1 \;,\; P = \frac{c}{a} = -3 \;,\; \alpha - \beta = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$

الف) $\frac{\alpha + \beta}{\alpha - \beta} = \frac{1}{\sqrt{13}}$

ج) $\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)(\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2) = 10$

ب) $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 7$

د) $\alpha^3 - \beta^3 = (\alpha - \beta)(\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2) = 4\sqrt{13}$

۲

۴

$y = (x - 2)(x^2 - ax + a) \longrightarrow$ محور xها را در یک نقطه قطع می‌کند
پس ریشه مضاعف دارد که مقدار آن ۲ است

$\Delta < 0$ پس $\xleftarrow{x=2}$

$a^2 - 4a < 0 \qquad a(a-4) < 0 \qquad 0 < a < 4 \xrightarrow{\text{if } a = 4} x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2$

$0 < a \leq 4$

$\to y = (x-2)(x-2)^2 = (x-2)^3$ هنوز نقطه ۲ به عنوان ریشه مضاعف می‌ماند

۲

۵

$3x^2 - 12x - a = 0 \longrightarrow \alpha - \beta = 4 \;,\; \alpha\beta = -\frac{a}{3}$

$2\alpha^2 + \beta^2 - 4\alpha = 7 \xrightarrow{\beta = 4 - \alpha} 2\alpha^2 + (4 - \alpha)^2 - 4\alpha = 7 \to 3\alpha^2 - 12\alpha + 9 = 0$

$\alpha^2 - 4\alpha + 3 = 0$

$(\alpha - 1)(\alpha - 3) = 0 \quad \begin{cases} \alpha = 3 \;,\; \beta = 1 \\ \alpha = 1 \;,\; \beta = 3 \end{cases}$

$\alpha\beta = 3 \longrightarrow 3 = \frac{-a}{3} \quad a = -9$

$\frac{a}{3} = \frac{-9}{3} = -3$ ریشه بزرگتر معادله: ۳

۲

۶ مولفه‌های صحیح: $\mathbb{N}=\{1,2,3,\dots\}$ $\quad$ $\text{if } a=3 \rightarrow A(9,1),\ B(1,1)$

$A(2a+3,\ a-2) \rightarrow$ ابزار لازم نمی تابع قبول
$B(7-2a,\ a-2) \rightarrow$

$x_s=\frac{9+1}{2}=5 \rightarrow S(5,3)$

$S(b,\ b-2) \rightarrow b=5$

$y=a(x-x_s)^2+y_s=a(x-5)^2+3 \xrightarrow{B(1,1)} a(1-5)^2+3=1 \rightarrow a=-\frac{1}{8}$

$y=-\frac{1}{8}(x-5)^2+3 \xrightarrow{x=0} -\frac{1}{8}\times 25+3=-\frac{1}{8} \rightarrow \frac{1}{8}$ فاصله تا مبدا مختصات

۲

۷

$ax^2-ax-b=0 \rightarrow P=-\frac{b}{a}$, $\ S=\frac{a}{a}=-1$

$|\alpha-\beta|=\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$

$\Rightarrow \frac{\sqrt{a^2-4ab}}{|a|}=\sqrt{1-\frac{1}{5}}=\sqrt{\frac{4}{5}}=\frac{2}{\sqrt{5}}$

$40\beta^2+20\alpha^2-20\beta=17$

$30\beta^2+30\alpha^2-10\beta^2-10\alpha^2-20\beta=17$

$30(\alpha^2+\beta^2)+10(\alpha-\beta)(\beta-\alpha)-20\beta=17$

$30+\frac{60b}{a}-10(\alpha+\beta)=17$

$\frac{60b}{a}=-3 \rightarrow 60b=-3a$

$b=-\frac{1}{20}a$

۲

۸

$x_s=\frac{-5+1}{2}=-2 \rightarrow f(x)=a(x+2)^2-\frac{1}{2}$ $\quad$ $\frac{f(x)=\frac{3}{2}}{x=0}$ $\quad$ $\frac{3}{2}=a(0+2)^2-\frac{1}{2}$

$(1,\beta)\in f(x) \rightarrow \frac{1}{2}(1+2)^2-\frac{1}{2} \Rightarrow \beta=4$

$a=\frac{1}{2}$

۲

۹

$x^2+6x+a \rightarrow \alpha<\beta<0$ اگر $\rightarrow S<0 \rightarrow S=-6 : \frac{-6\pm2\sqrt{9-a}}{2}$

$\rightarrow P>0 \rightarrow P=a \rightarrow a>0$

$3\alpha^2+2\beta^2=12\sqrt{2}+85$

$\alpha^2+\beta^2=S^2-2P$

$\Delta=36-4a \rightarrow \alpha=-3-\sqrt{9-a}$, $\ \beta=-3+\sqrt{9-a}$

$\alpha^2+\beta^2=36-2a$

$\hookrightarrow \alpha^2+\underbrace{2(\alpha^2+\beta^2)}_{72-4a}=18-a+3\sqrt{36-4a}$

$\alpha^2=18-a+6\sqrt{9-a}=18-a+3\sqrt{36-4a}$ $\quad$ $\sqrt{36-4a}=\sqrt{32}$

$\hookrightarrow 12\sqrt{2}+85 \rightarrow \alpha^2=13+12\sqrt{2}+4a \rightarrow 5-a=4a \rightarrow a=1$

۲

۱۰

$\sqrt{\frac{1}{\alpha}}+\sqrt{\frac{1}{\beta}}=5 \xrightarrow{(\ )^2} \frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}+2=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}+2\sqrt{\frac{1}{\alpha\beta}}$

$mx^2+3x+2=0$ $\quad$ $36x^2-(m+14)x+1=0$

$=-\frac{b}{c}+2\sqrt{\frac{a}{c}}=\frac{m+14}{1}+2\sqrt{\frac{36}{1}}=m+26 \rightarrow m+26=25$

$m=-1$

$\frac{S}{P}+2\sqrt{\frac{1}{P}}$

$-x^2+3x+2 \longrightarrow$ حاصل ضرب ریشه‌های معادله -2

۲