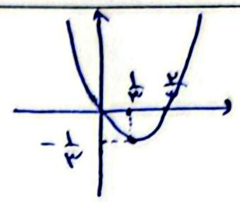
نام و نام خانوادگی ...کاوش [illegible]...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۲۵.. کلاس ..دهم ریاضی B......

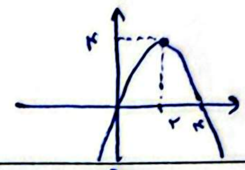
۱

الف) $x_s = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{3} \Rightarrow y_s = 3\times\frac{1}{9} - \frac{2}{3} = -\frac{1}{3}$



از ناحیهٔ سوم نمی‌گذرد.

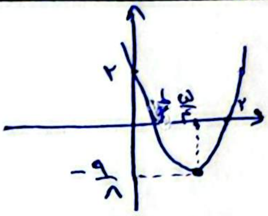
ب) $x_s = -\frac{b}{2a} = 2 \Rightarrow y_s = -4+8=4$



از ناحیهٔ دوم نمی‌گذرد.

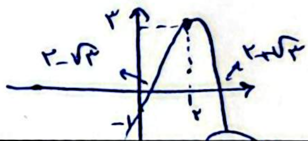
۲

الف) $x_s = \frac{-b}{2a} = \frac{5}{4} \Rightarrow y_s = -\frac{9}{8}$



از نواحی اول، دوم و چهارم می‌گذرد.

ب) $x_s = -\frac{b}{2a} = 2 \Rightarrow y_s = 3$



۳

الف) $\dfrac{-\frac{b}{a}}{\frac{\sqrt{\Delta}}{a}} = -\frac{b}{\sqrt{\Delta}} = \frac{1}{\sqrt{13}} = \frac{\sqrt{13}}{13}$

ب) $S^2-2P = 1-2(-3) = 7$

ج) $S^3-3PS = 1-3(-3)\times 1 = 10$

د) $(\alpha-\beta)^3 + 3\alpha\beta(\alpha-\beta) =$

$(\alpha-\beta)(\alpha^2+\beta^2-2\alpha\beta+3\alpha\beta) = \frac{\sqrt{\Delta}}{a}(S^2-P)$

$= \frac{\sqrt{13}}{1}(1+3) = 4\sqrt{13}$

۴

منحنی فقط در یک نقطه محور طول‌ها را قطع کرده است ⇐ معادله فقط یک ریشه دارد ⇐

① حالت $(x-2)(x^2-ax+a) = (x-k)^3 \Rightarrow x^3+x^2(-a-2)+x(a+2a)-2a =$

$x^3-k^3-3kx^2+3k^2x \Rightarrow \begin{cases} -a-2=-3k \Rightarrow a+2=3k \\ 3a=3k^2 \Rightarrow a=k^2 \\ -2a=-k^3 \Rightarrow 2a=k^3 \end{cases} \Rightarrow k^2-3k+2=0$

$\begin{cases} k=2 \Rightarrow a=4 \Rightarrow 2\times 4 = 2^3 \checkmark \\ k=1 \Rightarrow a=1 \Rightarrow 2\times 1 = 1^3 \times \text{غ} \end{cases} \Rightarrow \boxed{k=2,\ a=4}$ Ⓐ

حالت ②: Δ برای معادلهٔ x^2-ax+a کوچکتر از صفر است که در ریشهٔ عبارت فقط ۲ باشد؛

$\Rightarrow a^2-4a<0$

a		0		4	
a^2-4a	+		−		+

$\Rightarrow a\in(0,4)$ Ⓑ $\xrightarrow{Ⓐ\cup Ⓑ}$ $\boxed{a\in(0,4]}$

۵

$3x^2-12x-a=0 \Rightarrow 3\alpha^2-12\alpha=a \Rightarrow 3(\alpha^2-4\alpha)=a \Rightarrow \alpha^2-4\alpha=\frac{a}{3}$

$2\alpha^2+\beta^2-4\alpha=7 \Rightarrow \alpha^2+\alpha^2+\beta^2-4\alpha=7 \Rightarrow \alpha^2+S^2-2P-4\alpha=7 \Rightarrow 16-2(-\frac{a}{3})+\alpha^2-4\alpha=7$

$\Rightarrow 16+\frac{2a}{3}+\frac{a}{3}=7 \Rightarrow 16+a=7 \Rightarrow a=-9$

$3x^2-12x+9=0 \Rightarrow x^2-4x+3=0 \Rightarrow (x-1)(x-3)=0 \Rightarrow$

ریشهٔ بزرگتر $=3 \Rightarrow \frac{a}{3} = -\frac{9}{3} = -3$ $\boxed{\text{برابر}}$

۶

از آنجایی که نقاط $\begin{bmatrix}2a+3\\a-2\end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix}7-2a\\a-2\end{bmatrix}$ هر دو روی خط $y=a-2$ که موازی محور xهاست قرار دارند و دو طرف رأس سهمی واقع شده‌اند، پس x_s برابر با میانگین طول این دو نقطه است:

$$x_s=\frac{2a+3+7-2a}{2}=5 \Rightarrow b=5,\quad y_s=3$$

معادلهٔ سهمی را cx^2+dx+e فرض می‌کنیم:

$$x_s=-\frac{d}{2c}=5 \Rightarrow d=-10c \qquad , \qquad \frac{4ce-d^2}{4c}=3 \Rightarrow 4ce-100c^2=12c \Rightarrow 4ce=4c(3+25c) \Rightarrow e=25c+3$$

ادامه در برگهٔ اضافی

۷

$$ax^2-ax-b=0 \Rightarrow a\beta^2-a\beta-b=0 \Rightarrow a(\beta^2-\beta)=b \Rightarrow \beta^2-\beta=\frac{b}{a} \Rightarrow$$

$$S=\frac{-(-a)}{a}=1 \qquad P=-\frac{b}{a} \qquad 20\alpha^2+20\beta^2+20\beta^2-20\beta=17 \Rightarrow$$

$$20(\alpha^2+\beta^2)+20(\beta^2-\beta)=17 \Rightarrow 20\left(1+\frac{2b}{a}\right)+20\left(\frac{b}{a}\right)=17 \Rightarrow$$

$$20\left(1+\frac{3b}{a}\right)=17 \Rightarrow \frac{b}{a}=-\frac{1}{20} \Rightarrow a=-20b \Rightarrow -20bx^2+20bx-b=0$$

$$\Rightarrow \alpha^2+\beta^2=1-\frac{1}{10}=\frac{9}{10} \Rightarrow (\alpha-\beta)^2=\frac{9}{10}-\frac{1}{10}=\frac{4}{5} \Rightarrow \boxed{\alpha-\beta=\frac{2\sqrt5}{5}}$$

فرض می‌کنیم $\alpha>\beta$

۸

نقاط $\begin{bmatrix}1\\\beta\end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix}-5\\\beta\end{bmatrix}$ هر دو روی خط $y=\beta$ که موازی محور xهاست قرار دارند و رأس سهمی در میان این دو نقطه واقع شده، پس x_s میانگین طول‌های این دو نقطه است. معادلهٔ سهمی را $y=ax^2+bx+\frac{3}{2}$ در نظر گیریم:

$$x_s=\frac{1-5}{2}=-2 \Rightarrow -\frac{b}{2a}=-2 \Rightarrow b=4a$$

$$y_s=-\frac{1}{2} \Rightarrow 4a-8a+\frac{3}{2}=-\frac{1}{2} \Rightarrow 4a=2 \Rightarrow a=\frac{1}{2},\ b=2 \Leftarrow$$

$$y=\frac{1}{2}x^2+2x+\frac{3}{2} \Rightarrow \beta=\frac{1}{2}\times1+2\times1+\frac{3}{2}=4 \Rightarrow$$ مقدار β برابر ۴ است

۹

$$x^2+6x+a=0 \quad \begin{cases} x_1=\dfrac{-6+\sqrt{36-4a}}{2}=-3+\sqrt{9-a} \\ x_2=\dfrac{-6-\sqrt{36-4a}}{2}=-3-\sqrt{9-a} \end{cases}$$

$$3(-3-\sqrt{9-a})^2+2(-3+\sqrt{9-a})^2=12\sqrt2+85$$

$$54-3a+18\sqrt{9-a}+36-2a-12\sqrt{9-a}=12\sqrt2+85 \Rightarrow$$

$$6\sqrt{9-a}+90-5a=12\sqrt2+85 \Rightarrow a=1$$

۱۰

ریشه‌های معادله را α و β می‌نامیم:

$$\frac{1}{\sqrt\alpha}+\frac{1}{\sqrt\beta}=5 \xrightarrow{\text{طرفین به توان ۲}} \frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}+\frac{2}{\sqrt{\alpha\beta}}=25$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha+\beta+2\sqrt{\alpha\beta}}{\alpha\beta}=25 \Rightarrow \frac{\frac{m+14}{36}+\frac{1}{3}}{\frac{1}{36}}=25 \Rightarrow \frac{m+14}{36}+\frac{12}{36}=\frac{25}{36}$$

$$\Rightarrow \boxed{m=-1}$$

$$\Rightarrow mx^2+3x+2=-x^2+3x+2$$

حاصلضرب ریشه‌ها $=\frac{c}{a}=\frac{2}{-1}=-2$

ادامهٔ سؤال ۶ :

$$\Rightarrow y = cx^2 - 10cx + 25c + 3$$

طول‌ها و رأس‌ها دو نقطه طبیعی اند $\Rightarrow$ $\begin{cases} a-2>0 \Rightarrow a>2 \\ 2a+3>0 \Rightarrow a>-1/5 \\ 7-2a>0 \Rightarrow a<3/5 \end{cases} \Rightarrow \boxed{a=3} \Rightarrow$

$$7-2a = a-2 = 1 \Rightarrow c - 10c + 25c + 3 = 1 \Rightarrow 16c = -2 \Rightarrow \boxed{c = -\frac{1}{8}}$$

$$\Rightarrow y = -\frac{1}{8}x^2 + \frac{5}{4}x - \frac{25}{8} + 3 = -\frac{1}{8}x^2 + \frac{5}{4}x - \frac{1}{8} \Rightarrow$$

فاصلهٔ عرض از مبدأ تا مبدأ مختصات $= \boxed{\frac{1}{8}}$