ایلیا رمضانی ۲۰ به نام خدا

Date :

Subject : تکلیف ۲۶

① $x^۲ - ax + b$

$$\begin{array}{ccccc} & ۱ & & ۳ & \\ \hline + & ○ & - & ○ & + \end{array}$$

$\to x^۲ - Sx + P = x^۲ - ۴x + ۳$

$\longrightarrow a = ۴ \,,\, b = ۳ \to a + b = ۷$ ✓ ۲

---

② $y = ((k-۲)x + m - ۱)(x - ۳n)^۲$

$x - ۳n = y \xrightarrow[x=-۱]{y=۰} ۰ = -۱ - ۳n \longrightarrow n = -\frac{۱}{۳}$

$$\begin{array}{c|ccccc} x & & -۱^* & & ۴ & \\ \hline P & + & ○ & + & ○ & - \end{array}$$

$(k-۲)x + m - ۱ = y \xrightarrow[x=۴]{y=۰} ۴k - ۸ + m - ۱ = ۰ \longrightarrow ۴k + m = ۹$ ۲

$\text{if } x = ۵ \longrightarrow (k-۲)x + m - ۱ < ۰ \longrightarrow ۵k - ۱۰ + m - ۱ < ۰ \longrightarrow ۵k + m < ۱۱$

$\frac{m}{n} + k = \frac{۵}{-\frac{۱}{۳}} + ۱ = \boxed{-۱۴}$ ✓ $k = ۱ \,,\, m = ۵$

---

③ $y = -\frac{۱}{۲}x^۲ + ۲x + ۶ > \frac{۷}{۲} \to -\frac{۱}{۲}x^۲ + ۲x + \frac{۵}{۲} >$

$\longrightarrow -x^۲ + ۴x + ۵ > ۰ \longrightarrow x^۲ - ۴x - ۵ < ۰$

$$\begin{array}{ccccc} & -۱ & & ۵ & \\ \hline + & ○ & - & ○ & + \end{array}$$

۲

$(a, b) = (-۱, ۵) \longrightarrow b - a = ۵ - (-۱) = \boxed{۶}$ ✓

---

④ $f(x) = x^۳ - ۳x^۲ - x + ۳ \xrightarrow[\div\, x-۱]{\text{جمع ضرایب} = ۰} (x-۱)(x+۱)(x-۳)$

$$\begin{array}{ccccccc} & -۱ & & ۱ & & ۳ & \\ \hline - & ○ & + & ○ & - & ○ & + \end{array}$$

$(a, b) = (۱, ۳)$

$\xrightarrow{\text{تقارن‌های}} \frac{۱ + ۳}{۲} = \boxed{۲}$

۲

$f(۲) = ۸ - ۱۲ - ۲ + ۳ = \boxed{-۳}$ ✓

---

⑤ $(a-۱)x^۲ + (a-۱)x + ۱$ ۲

$\text{I}$ $a - ۱ < ۰ \quad a < ۱$ $\text{II}$ $\Delta < ۰ \to a^۲ - ۲a + ۱ - ۴a + ۴ < ۰$

$\longrightarrow a^۲ - ۶a + ۵ < ۰$

$$\begin{array}{ccccc} & ۱ & & ۵ & \\ \hline + & ○ & - & ○ & + \end{array}$$

$(۱, ۵)$ $\quad \text{I} \cap \text{II} = \varnothing$ ✓

(۶)

$$\frac{m(m^۳+m)}{m-۲} = \frac{m^۴+m^۲}{m-۲} = \frac{m^۲(m^۲+۱)}{m-۲}$$

$$\begin{array}{ccccc} & ۰^{*} & & ۲ & \\ \hline - & | & - & | & + \end{array}$$

$\boxed{(۲, +\infty)}$ ✓ ۲

---

(۷)

$$\frac{(x^۲-x-۶)(x-۱)^۲}{(x^۲+x+۱)(۲-x)^۳} \leq ۰$$

$$\begin{array}{ccccccccc} & -۲ & & ۱^{*} & & ۲ & & ۳ & \\ \hline + & | & - & | & - & | & + & | & - \end{array}$$

$[-۲, ۲) \cup [۳, +\infty)$ ✓ ۲

---

(۸)

$$\frac{۳x^۲-۲x}{x^۲+۴} = ۲ \rightarrow ۳x^۲-۲x = ۲x^۲+۸ \rightarrow x^۲-۲x-۸=۰$$

$$\begin{array}{ccccc} & -۲ & & ۴ & \\ \hline + & | & - & | & + \end{array}$$

$(a, b) = (-۲, ۴)$ ۲

$b - a = ۴ - (-۲) = \boxed{۶}$ ✓

---

(۹)

$$-۱ < \frac{۳x^۲-۴x}{x+۱} < ۰$$

$$\rightarrow \frac{۳x^۲-۴x}{x+۱} < ۰ \qquad \begin{array}{ccccccc} & -۱ & & ۰ & & \frac{۴}{۳} & \\ \hline - & | & + & | & - & | & + \end{array}$$

$$\rightarrow (-\infty, -۱) \cup (۰, \frac{۴}{۳}) \quad \text{I}$$

$$\text{I} \cap \text{II} = (۰, \frac{۴}{۳})$$ ✓

$$\rightarrow \frac{۳x^۲-۴x}{x+۱} > -۱ \rightarrow \frac{۳x^۲-۴x}{x+۱} + ۱ > ۰$$

$$\rightarrow \frac{۳x^۲-۴x+x+۱}{x+۱} = \frac{۳x^۲-۳x+۱}{x+۱} > ۰$$ ۲

$$\begin{array}{ccc} & -۱ & \\ \hline - & | & + \end{array} \rightarrow (-۱, +\infty) \quad \text{II}$$

---

(۱۰)

$$\frac{x^۲-۱۰}{x} \leq ۳ \rightarrow \frac{x^۲-۱۰}{x} - ۳ \leq ۰ \rightarrow \frac{x^۲-۳x-۱۰}{x} \leq ۰$$

$$\begin{array}{ccccccc} & -۲ & & ۰ & & ۵ & \\ \hline - & | & + & | & - & | & + \end{array}$$ ✓

$(-\infty, -۲] \cup (۰, +۵]$ ۲