

① راه:  $(x-1)(x-3) = x^2 - ax + b \Rightarrow x^2 - 4x + 3 = x^2 - ax + b \Rightarrow$   
 $a = 4, b = 3 \Rightarrow 4 + 3 = 7$  جواب نهایی

② راه:  $f(1) = 0$  و  $f(3) = 0 \Rightarrow (1)^2 - a(1) + b = 0$  و  $(3)^2 - a(3) + b = 0$   
 $(1-a+b) - (9-3a+b) = 1-2a \Rightarrow a = 4$  و  $b = 3 \Rightarrow$   
 $a+b = 3+4 = 7$

مابین ریشه‌ها تفاوت داریم که  $(-1)$  است و ریشه‌های دیگر  $k$  است  $\Rightarrow$  ریشه‌های  $(-1)$  برای  $(x-3n)$  است  $\Rightarrow$   
 $x - 3n = f(x) \Rightarrow -1 - 3n = 0 \Rightarrow n = -\frac{1}{3}$  و  $g(x) = ((k-2)x + m - 1)$  و  $g(x) = 0 \Rightarrow$   
 $(k-2)x + m - 1 = 0 \Rightarrow 4k + m - 9 = 0 \Rightarrow m = 9 - 4k \Rightarrow g(x) = ((k-2)x - 4(k-2))$   
 برای اینکه مابین ریشه‌ها تفاوت داشته باشد باید ضریب آن منفی باشد  $\Rightarrow k - 2 < 0 \Rightarrow k < 2$   
 $m = 9 - 4k = 9 - 4 = 5 \Rightarrow \frac{m}{k} + k = \frac{5}{1} + 1 = -1 + 1 = 0$  جواب نهایی

$-\frac{1}{x} x^2 + 2x + 4 > \frac{1}{x} \Rightarrow -x^2 + 4x + 4 > 1 \Rightarrow -x^2 + 4x + 3 > 0 \Rightarrow$   
 $x^2 - 4x - 3 < 0 \Rightarrow (x-5)(x+1) < 0 \Rightarrow \frac{-1}{-5} < x < \frac{0}{-1} \Rightarrow -1 < x < 5$   
 $(-1, 5) \cap (a, b) \Rightarrow a = -1$  و  $b = 5 \Rightarrow 5 - (-1) = 6$  جواب نهایی

$f(x) = x^3 - 2x^2 - x + 3 = x^2(x-2) - 1(x-2) = (x-2)(x^2-1) = (x-2)(x+1)(x-1) \Rightarrow$   
 $f(x)$  ریشه‌ها  $\pm 1$  و  $3$   $\Rightarrow$   $\frac{x^3 - 1}{x^2 - 1} = \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{x^2+x+1}{x+1}$   
 ریشه‌های  $(1, 3)$   $\Rightarrow$   $(a, b) \Rightarrow a = 1$  و  $b = 3$  نقطه میانی  $\Rightarrow$   
 $\frac{1+3}{2} = 2 \Rightarrow F(2) = \frac{1}{2} = \frac{1}{(2-2)(2+1)(2-1)} = -\frac{1}{2}$  نقطه میانی  $-3$  است

③  $a < 0 \Rightarrow a - 1 < 0 \Rightarrow a < 1$  (I)

$\Delta < 0 \Rightarrow (a-1)^2 + ((-2)(a-1) \times 1) = a^2 + 1 - 2a - 2a + 2 = a^2 - 4a + 3 = \Delta \Rightarrow$

$a^2 - 4a + 3 < 0 \Rightarrow (a-1)(a-3) < 0 \Rightarrow \frac{1}{3} < a < 1$  (II)

(I)  $\cap$  (II) =  $\emptyset$

عقده (m=1) و در صورتی که m=1

$$\frac{m(m^2+m)}{m-2} = \frac{m^2(m^2+1)}{m-2} \Rightarrow \frac{m^2(m^2+1)}{m-2} > 0$$

$$\begin{array}{c|cc} x & 0 & 2 \\ \hline p & - & + \end{array} \Rightarrow D_f = (2, +\infty) \Rightarrow \boxed{m > 2: m \in (2, +\infty)}$$

$$\frac{(x^2 - x - 4)(x - 1)^2}{(x^2 + x + 1)(x - 2)^2} < 0 \Rightarrow \frac{(x - 2)(x + 2)(x - 1)^2}{(x^2 + x + 1)(x - 2)^2} < 0 \Rightarrow \frac{x}{p} \begin{array}{c|cc} -2 & 1 & 2 \\ \hline + & - & - \end{array}$$

$\Delta < 0$  و در صورتی که  $\Delta < 0$  و در صورتی که  $\Delta < 0$   
 $\rightarrow b^2 - 4ac = (1)^2 + (-2)(1) = -1$

در صورتی که  $\Delta < 0$  و در صورتی که  $\Delta < 0$

$$[-2, 2) \cup [2, +\infty) \rightarrow \text{جواب نهایی}$$

$$\frac{3x^2 - 2x}{x^2 + 1} < 2 \Rightarrow \frac{3x^2 - 2x}{x^2 + 1} - 2 < 0 \Rightarrow \frac{3x^2 - 2x - 2x^2 - 2}{x^2 + 1} < 0 \Rightarrow$$

$$\frac{x^2 - 2x - 2}{x^2 + 1} < 0 \Rightarrow \frac{(x - 4)(x + 2)}{x^2 + 1} < 0 \Rightarrow \frac{x}{p} \begin{array}{c|cc} -2 & 4 \\ \hline + & - & + \end{array}$$

$$(a, b) \cap (-2, 4) \Rightarrow b - a = 4 - (-2) = 6 \rightarrow \text{جواب}$$

$$\frac{3x^2 - 4x}{x + 1} < 0 \Rightarrow \frac{x}{p} \begin{array}{c|cc} -1 & 0 & 4 \\ \hline - & + & - \end{array} \text{ (I)}$$

$$\frac{3x^2 - 4x}{x + 1} > -1 \Rightarrow \frac{3x^2 - 4x}{x + 1} + 1 > 0 \Rightarrow \frac{3x^2 - 4x + x + 1}{x + 1} > 0 \Rightarrow \frac{3x^2 - 3x + 1}{x + 1} > 0$$

$$\text{(II): } \frac{x}{p} \begin{array}{c|cc} -1 & 4 \\ \hline - & + \end{array}$$

$$\text{(I)} \cap \text{(II)} = (0, \frac{4}{3})$$

$$\frac{x^2 - 10}{x} < 2 \Rightarrow \frac{x^2 - 10}{x} - 2 < 0 \Rightarrow \frac{x^2 - 2x - 10}{x} < 0 \Rightarrow \frac{(x - 5)(x + 2)}{x} < 0$$

$$\frac{x}{p} \begin{array}{c|ccc} -2 & 0 & 5 & \Delta \\ \hline - & + & - & + \end{array} \Rightarrow \text{جواب نهایی: } 0 < x < 5 \cup x < -2$$

$$x \in (-\infty, -2] \cup (0, 5] \checkmark$$