19.5

نام و نام خانوادگی ...پریا رضایی... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۶ کلاس ...دهم سپهر نبوغ B...

۱	(۲)	$p(x) = x^2 - ax + b$ if $x \in (1,3) \to p(x) < 0$ if $\begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq 3 \end{cases} \to p(x) \geq 0$ ۱ و ۳ ریشه های عبارت $\to$ $p(x) = (x-1)(x-3)$ $x^2 - ax + b = x^2 - 4x + 3 \to a = 4,\ b = 3 \to a + b = 7$
۲	(۲)	$\begin{array}{c\|ccccc} x & & -1 & & 4 & \\ \hline p & + & 0 & + & 0 & - \end{array}$ ریشه مضاعف $\to x - 3n = 0 \xrightarrow{x=-1} -1 - 3n = 0 \Rightarrow n = -\frac{1}{3}$ $k - 2 < 0$ ، k عدد طبیعی $\to k < 2 \to k = 1$ $y = ((k-2)x + m - 1)(x - 3n)^2$ $(x - 3(-\frac{1}{3}))^2 = (x+1)^2$ $x = 4 \Rightarrow 4k - 8 + m - 1 = 0 \to 4k + m - 9 = 0 \xrightarrow{k=1} m - 5 = 0 \to m = 5$ $(-x+4)(x+1)^2 \to k = 1,\ n = -\frac{1}{3},\ m = 5$ $\frac{m}{n} + k = \frac{5}{-\frac{1}{3}} + 1 = -15 + 1 = -14$
۳	(۲)	$y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 6 \to -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 6 > \frac{7}{2} \to -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 6 - \frac{7}{2} > 0$ $-\frac{1}{2}x^2 + 2x + \frac{5}{2} > 0$ $x(-2) \Rightarrow x^2 - 4x - 5 < 0 \Rightarrow (x-5)(x+1) < 0 \to a = -1,\ b = 5$ $b - a = 5 - (-1) = 6$
۴	(۲)	$f(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$ $f(x) = x^2(x-3) - 1(x-3) \Rightarrow f(x) = (x^2-1)(x-3) \xrightarrow{\text{if } x>0} (a,b)$ بازه $\to (a,b) = (1,3) \to a = 1,\ b = 3$ نقطه ی میانی (a,b) $\Rightarrow \frac{a+b}{2} = \frac{1+3}{2} = 2 \to f(2) = (4-1)(2-3) = -3$
۵	(۲)	$y = (a-1)x^2 + (a-1)x + 1 \to (a-1)x^2 + (a-1)x + 1 < 0$ 1) $(a-1) < 0 \to a < 1 \to (-\infty, 1)$ ① 2) $\Delta < 0 \to (a-1)^2 - 4(a-1) < 0$ $a^2 - 2a + 1 - 4a + 4 < 0 \to a^2 - 6a + 5 < 0$ $(a-1)(a-5) < 0$ $\begin{array}{ccccc} & 1 & & 5 & \\ \hline + & 0 & - & 0 & + \end{array}$ شرط لازم و کافی منفی $\Rightarrow a = (1,5)$ ② $① \cap ② \to (-\infty,1) \cap (1,5) = \varnothing \to$ جواب

۶

$$\frac{m(m^3+m)}{m-2}>0 \longrightarrow \frac{\overset{0}{m^2}\,(\overbrace{m^2+1}^{\text{همواره مثبت}})}{\underset{2}{m-2}}>0$$

$$\begin{array}{ccccc} & & 2 & & \\ - & \circ & - & | & + \end{array}$$

ق ن

$D_m=(2,+\infty)$ ✓

۲

۷

$$\frac{(x^2-x-6)(x-1)^2}{(x^2+x+1)(2-x)^3}\leq 0 \longrightarrow \frac{\overset{3}{(x-3)}\,\overset{-2}{(x+2)}\,\overset{1}{(x-1)^2}}{\underset{\Delta<0 \text{ همواره مثبت}}{(x^2+x+1)}\,\underset{2 \text{ ق ن}}{(2-x)^3}}\leq 0$$

$$\begin{array}{ccccccccc} & -2 & & 1 & & 2 & & 3 & \\ - & \circ & - & \circ & - & | & + & \circ & - \end{array}$$

ق ن

$\longrightarrow$ جواب نهایی $=[-2,2) \rightarrow [-2,2)\cup[3,+\infty)$

۱/۵

۸

$$f(x)=\frac{3x^2-2x}{x^2+4} \longrightarrow \frac{3x^2-2x}{x^2+4}<2 \longrightarrow 3x^2-2x<2(x^2+4)$$

$3x^2-2x<2x^2+8$

$x^2-2x-8<0$

$(x-4)(x+2)<0$

$$(a,b)=(-2,4) \begin{cases} a=-2 \\ b=4 \end{cases} \quad b-a=4-(-2)=6 \ ✓$$

$$\begin{array}{ccccc} & -2 & & 4 & \\ + & \circ & - & | & + \end{array}$$

۲

۹

$$-1<\frac{3x^2-4x}{x+1}<0 \longrightarrow -1<\frac{3x^2-4x}{x+1} \longrightarrow \frac{3x^2-4x}{x+1}+1>0$$

$$\underset{\Delta<0}{\text{همواره مثبت}}\ \frac{3x^2+3x+1}{x+1}>0 \rightarrow x+1>0 \longrightarrow x>-1$$

$(-1,+\infty)$ ①

$$\frac{3x^2-4x}{x+1}<0 \longrightarrow \frac{x(3x-4)}{x+1}<0$$

$$\begin{array}{ccccccc} & -1 & & 0 & & \frac{4}{3} & \\ - & | & + & \circ & - & | & + \end{array}$$

ق ن

② $(-\infty,-1)\cup(0,\frac{4}{3})$ ق ن

$① \cap ② = (-1,+\infty)\cap(-\infty,-1)\cup(0,\frac{4}{3})$

$=(0,\frac{4}{3})$ ✓

۲

۱۰

$$\frac{x^2-10}{x}\leq 3 \longrightarrow \frac{x^2-10}{x}-3\leq 0 \longrightarrow \frac{x^2-3x-10}{x}\leq 0$$

$$\longrightarrow \frac{(x-5)(x+2)}{x}\leq 0$$

۱/۵

x محدوده $=(-\infty,-2]\cup(0,5]$

$$\begin{array}{ccccccc} & -2 & & 0 & & 5 & \\ - & \circ & + & \circ & - & \circ & + \end{array}$$