پویا توسلی دهم B تکلیف ۲۶

۱-

$y = x^۲ - ax + b$ $\quad \begin{array}{ccccc} & ۱ & & ۳ & \\ \hline + & ۰ & - & ۰ & + \end{array} \to y = (x-۱)(x-۳) = x^۲ - ۴x + ۳$ $\quad a = ۴ \quad b = ۳$

$\boxed{a + b = ۷}$

۲-

$y = ((k-۲)x + m - ۱)(x - ۳n)^۲$ $\quad \begin{array}{ccccc} & -۱ & & ۴ & \\ \hline + & ۰ & + & ۰ & - \end{array} \to$ if $x = -۱ \to x - ۳n = ۰ \Rightarrow n = -\frac{۱}{۳}$

$\to k - ۲ < ۰ \to \begin{matrix} k < ۲ \\ k \in \mathbb{N} \end{matrix} \to k = ۱$

if $x = ۴ \to ۴(k-۲) + m - ۱ = ۰ \to ۴k + m - ۹ = ۰$

$\Rightarrow m - ۵ = ۰ \Rightarrow m = ۵$

$\frac{m}{n} + k = \frac{۵}{-\frac{۱}{۳}} + ۱ = \boxed{-۱۴}$

۳-

$y = \frac{۱}{۲}x^۲ + ۲x + ۶ \to -\frac{۱}{۲}x^۲ + ۲x + ۶ > \frac{۷}{۲} \to -\frac{۱}{۲}x^۲ + ۲x + \frac{۵}{۲} > ۰ \xrightarrow{\times(-۲)} x^۲ - ۴x - ۵ < ۰$

$\to (x-۵)(x+۱) < ۰ \begin{cases} \to a = -۱ \\ \to b = ۵ \end{cases}$ $\quad b - a = ۵ - (-۱) = \boxed{۶}$

۴-

$f(x) = x^۳ - ۳x^۲ - x + ۳ \quad x > ۰ \quad \in$

$\to f(x) = x^۲(x-۳) - ۱(x-۳) \to f(x) = (x^۲-۱)(x-۳)$ $\frac{f(x) < ۰}{x > ۰} \to (a,b) \to \begin{matrix} a = ۱ \\ b = ۳ \end{matrix}$

نقطه میانی بازه (a,b) $\to \frac{a+b}{۲} \to \frac{۴}{۲} = \boxed{۲} \to f(۲) = (۴-۱)(۲-۳) = \boxed{-۳}$

۵-

$(a-۱)x^۲ + (a-۱)x + ۱ < ۰ \to a - ۱ < ۰ \to a \in (-\infty, ۱)$

$\Delta < ۰ \to a^۲ - ۲a + ۱ - ۴a + ۴ < ۰ \to a^۲ - ۶a + ۵ < ۰$

$\to (a-۱)(a-۵) < ۰ \quad \begin{array}{ccccc} & ۱ & & ۵ & \\ \hline + & ۰ & - & ۰ & + \end{array} \to a \in (۱, ۵)$

$(-\infty, ۱) \cap (۱, ۵) = \boxed{\varnothing}$

۶-

$\frac{m(m^۳ + m)}{m - ۲} > ۰ \to \frac{\overbrace{m^۲(m^۲+۱)}^{\text{همواره مثبت}}}{m - ۲} > ۰ \quad \begin{array}{ccccc} & \overset{*}{۰} & & ۲ & \\ \hline - & ۰ & - & \text{ن} & + \end{array}$ $\quad \boxed{m \in (۲, +\infty)}$

۷-

$\frac{(x^۲ - x - ۶)(x-۱)^۲}{(x^۲ + x + ۱)(۲ - x)^۳} \leq ۰ \to \frac{\overset{۳}{(x-۳)}\overset{-۲}{(x+۲)}\overset{۱}{(x-۱)^۲}}{\underset{\text{ریشه ندارد}}{(x^۲+x+۱)}\underset{۲}{(۲-x)^۳}}$ $\quad \begin{array}{ccccccccc} & -۲ & & \overset{*}{۱} & & ۲ & & ۳ & \\ \hline + & ۰ & - & ۰ & - & \text{ن} & + & ۰ & - \end{array}$

$[-۲, ۲) \cup [۳, +\infty)$

-۸

$f(x)=\frac{۳x^۲-۲x}{x^۲+۴}$

$f(x)<۲ \Rightarrow \frac{۳x^۲-۲x}{x^۲+۴}<۲ \Rightarrow \frac{۳x^۲-۲x-۲x^۲-۸}{x^۲+۴}<۰$

$\Rightarrow \frac{x^۲-۲x-۸}{\underbrace{x^۲+۴}_{\text{همواره مثبت}}}<۰ \Rightarrow \frac{(\overset{x=۴}{x-۴})(\overset{x=-۲}{x+۲})}{\underbrace{x^۲+۴}_{+}}<۰$

$\begin{array}{ccccc} & -۲ & & ۴ & \\ + & | & - & | & + \end{array}$

$(a,b)=(-۲,۴)$

$b-a=۴-(-۲)=۶$

-۹

$-۱<\frac{۳x^۲-۴x}{x+۱}<۰$

$\Rightarrow \frac{۳x^۲-۴x}{x+۱}>-۱ \Rightarrow \frac{۳x^۲-۴x+x+۱}{x+۱}>۰ \Rightarrow \frac{\overset{\text{همواره مثبت}}{۳x^۲-۳x+۱}}{\underbrace{x+۱}_{}}>۰$

① $(-۱,+\infty)$

$\Rightarrow \frac{۳x^۲-۴x}{x+۱}<۰ \Rightarrow \frac{\overset{x=۰}{x}(\overset{x=\frac{۴}{۳}}{۳x-۴})}{\underbrace{x+۱}_{x=-۱}}<۰$

$\begin{array}{ccccccc} & -۱ & & ۰ & & \frac{۴}{۳} & \\ - & | & + & | & - & | & + \end{array}$

② $(-\infty,-۱)\cup(۰,\frac{۴}{۳})$

① $\cap$ ② $=(۰,\frac{۴}{۳})$

-۱۰

$\frac{x^۲-۱۰}{x}\le ۳ \Rightarrow \frac{x^۲-۳x-۱۰}{x}\le ۰ \Rightarrow \frac{(\overset{x=۵}{x-۵})(\overset{x=-۲}{x+۲})}{\underbrace{x}_{x=۰}}\le ۰$

$\begin{array}{ccccccc} & -۲ & & ۰ & & ۵ & \\ - & | & + & | & - & | & + \end{array}$

$x\in[-\infty,-۲]\cup(۰,۵]$