

$$9 = 3x - y \rightarrow 9 - 3x = -y \quad y = 3x - 9$$

$$x + 2y = -4 \quad x + 2(3x - 9) = -4 \quad x + 6x - 18 = -4 \quad 7x = 14 \quad x = 2$$

$$y = 3(2) - 9 \quad y = 6 - 9 \quad y = -3 \quad \frac{x}{y} = \frac{2}{-3}$$

$$-1 = \frac{1}{x} - \frac{1}{y} \quad -1 = \frac{y-x}{xy} \quad -xy = y-x \quad \left. \begin{array}{l} y = -1 \\ x = \frac{1}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{1}{-2}$$

$$-3 = \frac{5}{x} - \frac{7}{y} \quad -3 = \frac{5y-7x}{xy} \quad -3xy = 5y-7x$$

ابتدا، اگر رابطه  $R$  تابع باشد، بنابراین درانه اول برابر = درانه دوم برابر

$$a+1 = -2 \quad a = -3$$

$$\Rightarrow 2a + 2(b) = 3(a+1)$$

$$2a + 2b = -6$$

$$\Rightarrow 2(-3) + 2b = -6 \quad 2b = 0 \quad b = 0$$

اگر رابطه  $R$  تابع باشد، درانه اول برابر = درانه دوم برابر

$$m - 3m = -2 \quad (m-1)(m-2) = 0$$

$$m(m-3) = -2 \quad m < 1 \text{ یا } m < 2$$

بنابراین نتیجه

$m = 1 \rightarrow$  تابع

$m = 2 \rightarrow$  تابع

(الف) غیر همبستگی اینکه به ازای یک  $x$ ، دو  $y$  دارد  
(ب) بله  
(ج) خیر، بار هم در  $x=0$ ، دو  $y$  دارد  
(د) بله، آری

$$y_1 = -\sqrt{x+1} \quad y_2 = -\sqrt{x+1} \Rightarrow y_1 = y_2 \checkmark$$

$$x = \frac{y}{1-y^2} \rightarrow \frac{y_1}{1-y_1^2} = \frac{y_2}{1-y_2^2} \rightarrow \frac{y_1^2}{1-y_1^2} = \frac{y_2^2}{1-y_2^2}$$

همه مساوی هستند + نتیجه

$$\frac{y_1^2}{1-y_1^2} = \frac{y_2^2}{1-y_2^2} \rightarrow y_2^2 = y_1^2 = 1 \rightarrow y_1 = y_2 \rightarrow \text{تابع}$$

$x=1 \quad |y|=1 \quad y=\pm 1$  تابع  
 (ب) عبارت  $y^3 + y = z$  است، پس تابع است  
 $\Rightarrow (y+1)^3 = -x^3 + 1 - x \Rightarrow (y_1+1)^3 = (y_2+1)^3$

$$\frac{(\sqrt{3}-2)^3 + 4(\sqrt{3}-2) + 5}{(\sqrt{3}-2)^3 + 4(\sqrt{3}-2) + 7} = \frac{(3+4-4\sqrt{3}) + 4(\sqrt{3}-2) + 5}{(3+4-4\sqrt{3}) + 4(\sqrt{3}-2) + 7}$$

$$\frac{V-4\sqrt{3}+4\sqrt{3}-8+5}{V-4\sqrt{3}+4\sqrt{3}-8+7} = \frac{V-8+5}{V-8+7} = \frac{-1+5}{-1+7} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$y = x^3 + a \Rightarrow a = x^3 - y \xrightarrow{f(1)} a = -1 + \epsilon \quad a < 1$   
 $f(x) = x^3 + ax + b \xrightarrow{a=1} f(x) = x^3 + x + b$   
 $\begin{cases} -1 \\ -\epsilon \end{cases} \Rightarrow f(-1) = (-1)^3 + b - 1 \rightarrow -1 - 1 + b \quad b = -2$   
 $f(x) = x^3 + x - 2 \rightarrow (x+1)(x^2 - x - 2) \quad \frac{-b}{2a} = \frac{1}{2}$

$g(x) = k$  هر ورودی یک خروجی دارد  
 $a+b = 2a = a - 2b + 1 \quad a+b = 2a \quad b = a$   
 $-3b = -1 \rightarrow b = \frac{1}{3} \quad a = \frac{1}{3}$   
 $a+b = \frac{2}{3}$

وقتی تابع هالی است یعنی  $f(x) = x$  پس ورودی و خروجی برابر  
 $\frac{f(1)^2 - a(1) + c + 1}{b+3} = 1$  و  $\frac{f(2)^2 - a(2) + c + 1}{2b+3} = 2$  و  $\frac{f(3)^2 - 3a + c + 1}{3b+3} = 3$   
 فلتر ساده‌تری هم وجود داشته باشد؟  
 $\textcircled{1} \downarrow \quad \textcircled{2} \quad \textcircled{3}$   
 $-a - b + c = -2, \quad -2a - b + c = -11, \quad -3a - 9b + c = 28$   
 $\textcircled{3} - \textcircled{1} = -2a - 8b = 30 \quad \textcircled{3} - \textcircled{2} = -a - 8b = 39$

$\Rightarrow \frac{a+b=13}{-a-8b=-9} \quad \textcircled{1} \text{ و } \textcircled{2} \Rightarrow -a - (3)(4) = -9 \quad -a - 12 = -9 \quad a = -3$   
 $\textcircled{1} \text{ و } \textcircled{2} \Rightarrow -1 + c = -2 \Rightarrow -1 + c = -2 \Rightarrow c = -1$   
 $a+b+c = -3 + 1 + (-1) = -3$