به نام خدا — محمدرضا اشراقی — ۲۰ — تکلیف ۳۲ — دهم ب B

۱) الف) (۹ , $x+2y$) و ($3x-y$, -4)

$\boxed{\frac{x}{y} = \frac{-2}{3}}$

$$\times 2\,(3x - y = 9),\quad x + 2y = -4 \;\Rightarrow\; 6x - 2y = 18,\; x + 2y = -4 \;\rightarrow\; 7x = 14 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow y = -3$$

ب) $(-1 , -3)$ و $\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y} , \frac{5}{x} - \frac{7}{y}\right)$

۲

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = -1 \Rightarrow y - x = -xy \xrightarrow{\times 3} -3y + 3x = 3xy$$

$$+$$

$$\frac{5}{x} - \frac{7}{y} = -3 \Rightarrow 5y - 7x = -3xy$$

$$2y - 4x = 0$$

$$2x = y \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{x}{2x} = \boxed{\frac{1}{2}}$$

۲) $f = \{(a , 2a) , (1 , a+1) , (1 , -3) , (2 , b)\}$

$f(a) + 2f(2) = 3f(1)$

b?

$a + 1 = -3$

$a = -4$

۲

$$2a + 2b = 3(a+1) \Rightarrow 2a + 2b = -6$$

-8

$\boxed{b = 0}$

۳) $f = \{(-1 , m^2 - 3m) , (3 , 5) , (-1 , -2) , (m+1 , 6) , (2 , 4) , (m^2+2 , 4m+1)\}$

$$m^2 - 3m = -2 \Rightarrow m^2 - 3m + 2 = 0$$

$m = 1$ → غ ق ق

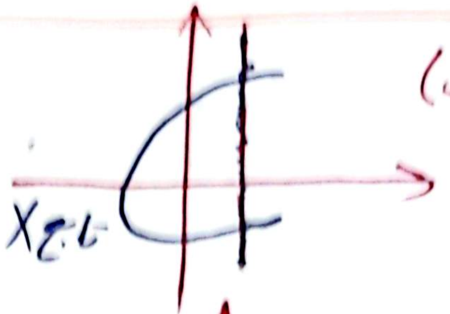
$m = 2$ → غ ق ق

۲

[redacted]

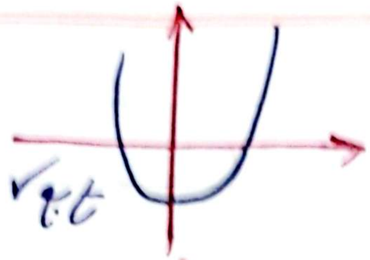
به ازای هیچ مقدار m از رابطه برقرار نمی‌شود و تابع نیست.

۴) الف)

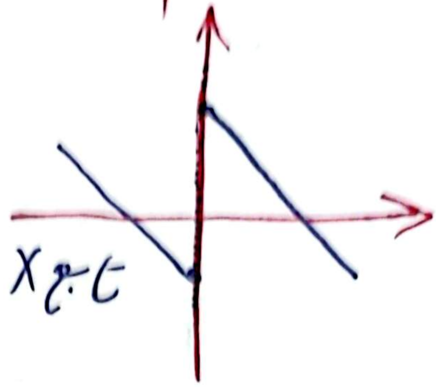


۲

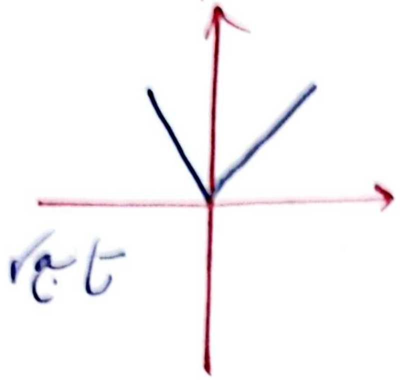
ب)



ج)

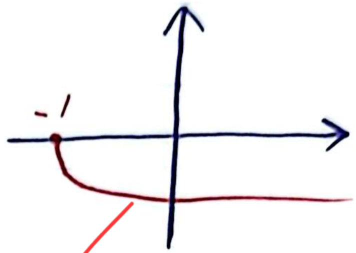


د)



۵)

الف) $y = -\sqrt{x+1}$ تابع y — رسم شکل →



۲

ب) $x = \frac{y}{\sqrt{1-y^2}}$ $\xrightarrow{\text{ضابطه}}$ $x_1 = x_2$

تابع y

$$\frac{y_1}{\sqrt{1-y_1^2}} = \frac{y_2}{\sqrt{1-y_2^2}} \xrightarrow{\text{توان ۲}} \frac{y_1^2}{1-y_1^2} = \frac{y_2^2}{1-y_2^2}$$

$$\Rightarrow y_1^2 - y_1^2 y_2^2 = y_2^2 - y_2^2 y_1^2$$

$$\Rightarrow y_1^2 = y_2^2 \Rightarrow y_1 = y_2$$

هم علامت‌اند! به دلیل مخرج این دو کسر

۶)

الف) $|y| = x$ $\xrightarrow{\text{مثال نقض}}$ تابع x نیست: $x = 1 \Rightarrow y = 1$ و $y = -1$

۲

ب) $y^3 + 3y^2 + 3y + x^3 + x = 0 \Rightarrow y^3 + 3y^2 + 3y = -x^3 - x$

$(y+1)^3 = y^3 + 3y^2 + 3y + 1$

$(y+1)^3 = -x^3 - x + 1$

$y = \sqrt[3]{1 - x^3 - x} - 1$ تابع x است

۷)

$f(x) = \dfrac{x^2+4x+5}{x^2+4x+7} \qquad f(\sqrt{3}-2) = ? \Rightarrow \boxed{= \dfrac{2}{3}}$

(۲)

$\dfrac{(x+2)^2+1}{(x+2)^2+3} \Rightarrow \dfrac{(\sqrt{3}-2+2)^2+1}{(\sqrt{3}-2+2)^2+3} = \dfrac{3+1}{3+3} = \dfrac{4}{6} = \dfrac{2}{3}$

۸)

$f(x) = x^3 + ax + b$

$y - 3x + 1 = 0 \qquad (-1, -4)$

$-4 = -1 \ldots + b \Rightarrow \boxed{b = -2}$

(۲)

$-4 = -3 - a \Rightarrow \boxed{a = 1}$

$3x - 1 = x^3 + x - 2$

$x^3 - 2x - 1 = 0 \xrightarrow[\text{بخش پذیر است}]{\text{چون به ازای } x=-1 \text{ صفر شده است بر } (x+1)}$

$\begin{array}{r|l} x^3 - 2x - 1 & x+1 \\ \hline -x^3 - x^2 & x^2 - x - 1 \\ -x^2 - 2x & \\ +x^2 + x & \\ -x - 1 & \\ +x + 1 & \\ 0 & \end{array}$

$(x+1)\underbrace{(x^2 - x - 1)} = 0$

مجموع ۲ ریشه دیگر $= \dfrac{-b}{a} = \dfrac{1}{1} = \boxed{1}$

۹)

$f(x) = \{(2, a+b), (1, 2a), (-1, a-2b+1)\}$

(۲)

$a + b = 2a \Rightarrow b = a$

$a - 2b + 1 \xrightarrow{b=a} a - 2a + 1 = 2a \Rightarrow 3a = 1 \Rightarrow \boxed{a = \dfrac{1}{3}}$

$f(x) = \frac{2x^2 - ax + c + 1}{bx + 2} = x$ نضرب في $bx+2$

$x(bx+2) = 2x^2 - ax + c + 1$

$bx^2 + 2x = 2x^2 - ax + c + 1$

$2x^2 - bx^2 - ax - 2x + c + 1 = 0 \Rightarrow (2-b)x^2 + (-a-2)x + (c+1) = 0$

$2 - b = 0 \Rightarrow b = 2$

$-a - 2 = 0 \Rightarrow a = -2$

$c + 1 = 0 \Rightarrow c = -1$

$a + b + c = -2 + 2 - 1 = -1$

صفر