محمدرضا اشراقی — به نام خدا — تکلیف ۲ ریاضی دهم B

۱) $\boxed{\frac{x}{y} = -\frac{2}{3}}$

الف) $(9, x+2y)$ و $(3x-y, -4)$

$$\left.\begin{aligned} &\times 2\,(3x - y = 9) \\ + \quad & x+2y = -4 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{aligned} 6x - 2y &= 18 \\ x + 2y &= -4 \end{aligned} \rightarrow 7x = 14 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow y = -3$$

ب) $(-1, -3)$ و $(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}, \frac{5}{x} - \frac{7}{y})$

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = -1 \Rightarrow y - x = -xy \xrightarrow{\times 3} -3y + 3x = 3xy$$

$$+$$

$$\frac{5}{x} - \frac{7}{y} = -3 \Rightarrow 5y - 7x = -3xy$$

$$\overline{\quad 2y - 4x = 0 \quad}$$

$$2x = y$$

$$\frac{x}{y} = \frac{x}{2x} = \boxed{\frac{1}{2}}$$

۲) $f = \{(5, 2a), (1, a+1), (1, -2), (2, b)\}$

$f(5) + 2f(2) = 3f(1)$

$b?$

$a + 1 = -2$

$a = -3$

$$2a + 2b = 3(a+1) \Rightarrow 2a + 2b = -6$$

$2a = -6$

$\boxed{b = 0}$

۳) $f = \{(-1, m^2 - 3m), (3, 5), (-1, -2), (m+1, 4),$
$(2, 4), (m^2+2, 4m+1)\}$

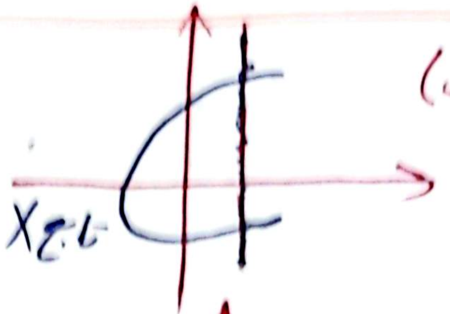
$$m^2 - 3m = -2 \Rightarrow m^2 - 3m + 2 = 0$$

$m = 1$ غ ق ق

$m = 2$ غ ق ق

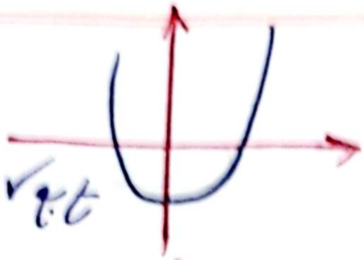
به ازای هیچ مقداری از m رابطه برقرار نمی‌شود و تابع نیست

۴) الف)



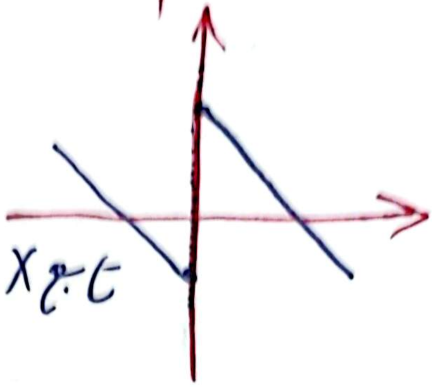
X ت.ج

ج)



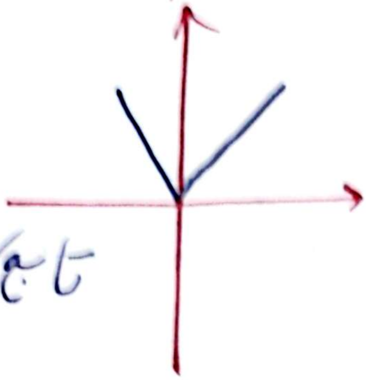
✓ ت.ج

ب)



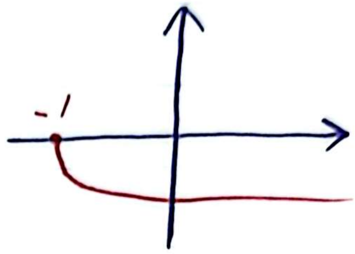
X ت.ج

د)



✓ ت.ج

۵) الف) $y=-\sqrt{x+1}$ ✓ ت.ج $\xrightarrow{\text{رسم شکل}}$



ب) $x=\frac{y}{\sqrt{1-y^2}} \xRightarrow{\text{ضابطه}} x_1=x_2$

✓ ت.ج $\frac{y_1}{\sqrt{1-y_1^2}}=\frac{y_2}{\sqrt{1-y_2^2}} \xRightarrow{\text{توان ۲}} \frac{y_1^2}{1-y_1^2}=\frac{y_2^2}{1-y_2^2}$

$y_1^2-\cancel{y_1^2y_2^2}=y_2^2-\cancel{y_2^2y_1^2}$

هم علامت‌اند! به دلیل صورت این دو کسر ← $y_1^2=y_2^2 \Rightarrow y_1=y_2$

۶) الف) $|y|=x \xrightarrow[\text{X ت.ج}]{\text{مثال نقض}} x=1 \begin{cases} y=1 \\ y=-1 \end{cases}$

ب) $y^3+3y^2+3y+x^3+x=0 \Rightarrow y^3+3y^2+3y=-x^3-x$

$(y+1)^3=y^3+3y^2+3y+1$

$(y+1)^3=-x^3-x+1$

✓ ت.ج ← $y=\sqrt[3]{1-x^3-x}-1$

۱۷)

$$f(x) = \frac{x^2+4x+5}{x^2+4x+7} \qquad f(\sqrt{3}-2) = ? \Rightarrow \boxed{= \frac{2}{3}}$$

$$\frac{(x+2)^2+1}{(x+2)^2+3} \Rightarrow \frac{(\sqrt{3}\cancel{-2+2})^2+1}{(\sqrt{3}\cancel{-2+2})^2+3} = \frac{3+1}{3+3} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

۱۸)

$$f(x) = x^3 + ax + b$$

$$y - 3x + 1 = 0 \qquad (-1 , -4)$$

$$-2 = -1 \cancel{+1} + b \Rightarrow \boxed{b = -2}$$

$$-4 = -3 - a \Rightarrow \boxed{a = 1}$$

$$3x - 1 = x^3 + x - 2$$

$$x^3 - 2x - 1 = 0 \xrightarrow[\text{ریشه است پس بر } (x+1) \text{ بخش‌پذیر است.}]{\text{چون به ازای } x=-1} \begin{array}{l|l} x^3 - 2x - 1 & x+1 \\ \hline -x^3 - x^2 & x^2 - x - 1 \\ -x^2 - 2x & \\ +x^2 + x & \\ -x - 1 & \\ +x + 1 & \\ 0 & \end{array}$$

$$(x+1)\underbrace{(x^2 - x - 1)}_{} = 0$$

$$\text{مجموع ۲ ریشه دیگر} = \frac{-b}{a} = \frac{1}{1} = \boxed{1}$$

۱۹)

$$f(x) = \{(2 , a+b) , (1 , 2a) , (-1 , a-2b+1)\}$$

$$a + b = 2a \Rightarrow b = a$$

$$a - 2b + 1 \xrightarrow{b=a} a - 2a + 1 = 2a \Rightarrow 3a = 1 \Rightarrow \boxed{a = \frac{1}{3}}$$

۱۰)

$$f(x) = \frac{4x^2 - ax + c + 1}{bx + 3} = x \xrightarrow{\text{تابع همانی}}$$

$$\longrightarrow x(bx+3) = 4x^2 - ax + c + 1$$

$$bx^2 + 3x = 4x^2 - ax + c + 1$$

$$4x^2 - bx^2 - ax - 3x + c + 1 = 0 \Rightarrow (4-b)x^2 + (-a-3)x + (c+1) = 0$$

$$4 - b = 0 \Rightarrow b = 4 \qquad -a - 3 = 0 \Rightarrow \boxed{a = -3}$$

$$c + 1 = 0 \Rightarrow c = -1 \qquad a + b + c = -3 + 4 - 1 = \boxed{\text{صفر}}$$