

الف)
$$\begin{cases} 3x - y = 9 \\ x + 2y = -4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4x - 2y = 18 \\ x + 2y = -4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 12 - 2y = 18 \\ x = 2 \end{cases} \rightarrow y = -3$$

$$\sqrt{x} = 14 \rightarrow x = 2 \quad \frac{x}{y} = \frac{2}{-3}$$

ب)
$$\begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = -1 \\ \frac{5}{x} - \frac{7}{y} = -3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -\frac{7}{x} + \frac{7}{y} = 7 \\ \frac{5}{x} - \frac{7}{y} = -3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -\frac{2}{x} = 4 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{-\frac{1}{2}}{-1} = \frac{1}{2} \rightarrow y = -1$$

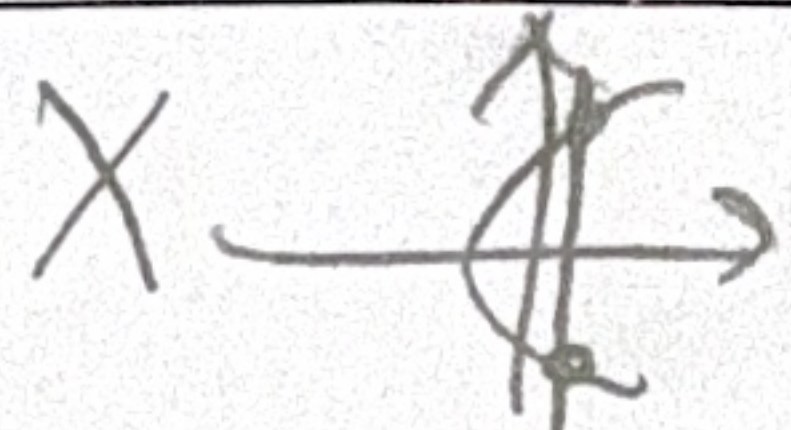
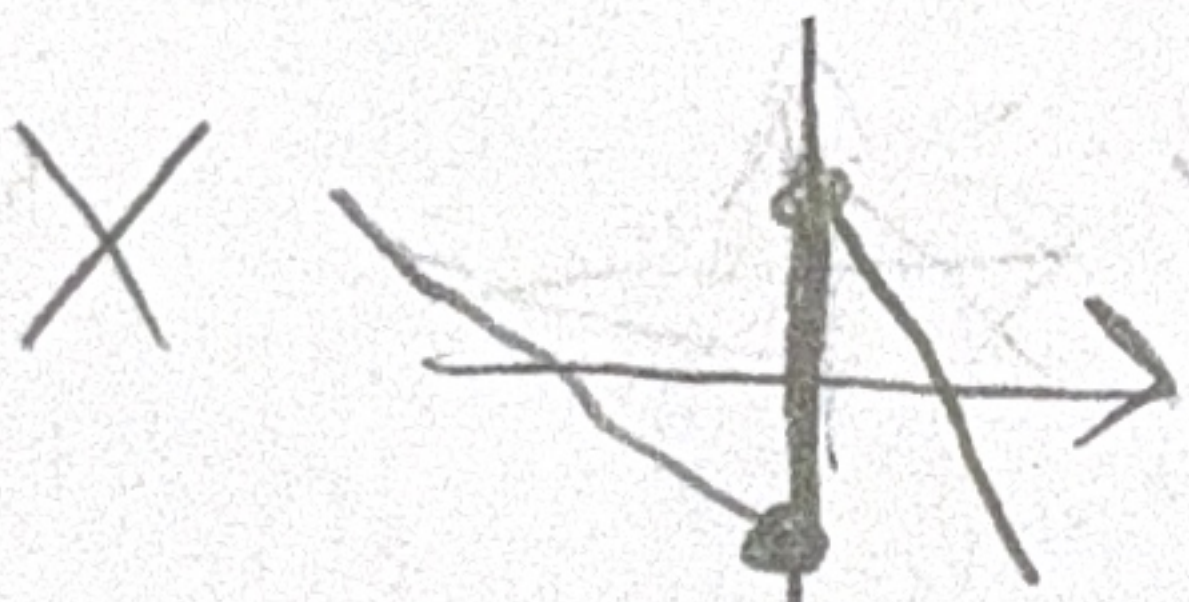
۲
$$a+1 = -2 \rightarrow a = -3 \rightarrow f(3) + 2f(2) = 3f(1)$$

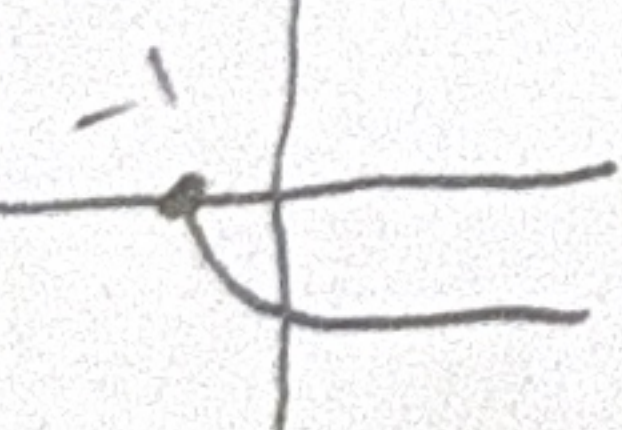
$$\begin{matrix} \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} \\ -4 & 2b & -6 \end{matrix}$$

$$-4 + 2b = -6 \rightarrow b = 0$$

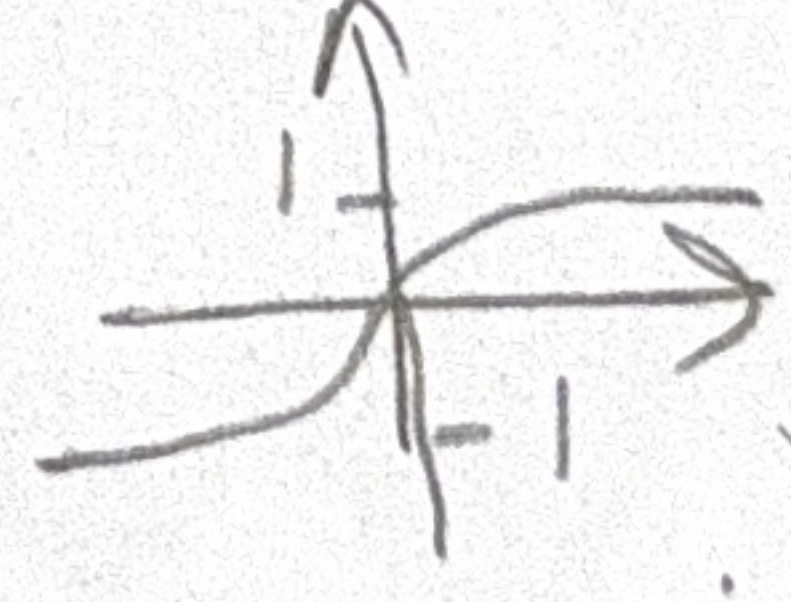
۳
$$m^2 - 3m = -2 \rightarrow m^2 - 3m + 2 = 0 \rightarrow m = 1 \text{ و } 2$$

 هیچکدام قابل قبول نیست چون اگر $m=1$ باشد (۲ و ۴) و (۲ و ۶) بدست می آید و اگر $m=2$ باشد (۳ و ۵) و (۳ و ۷) بدست می آید پس به ازای هیچ مقدار m ، f تابع نیست

۴ الف) تابع نیست چون ۲ نقطه در یک خط قطع می شوند 
 ب) تابع است چون هر نقطه در یک خط قطع می شود ✓
 ج) تابع نیست چون ۲ نقطه در یک خط قطع می شوند 
 د) تابع است چون هر نقطه در یک خط قطع می شود ✓

الف) چون هر نقطه را یک خط قطع می کند تابع است 

۵
$$x = \frac{y}{\sqrt{1-y^2}} \rightarrow (x, y_1) \in f \rightarrow y_1 = y_2$$

 هر نقطه را یک خط قطع کرده 

$$x=1 \rightarrow |y|=1 \rightarrow y=1 \text{ و } -1$$

الف) تابع است

$$y_1 = y_2 = -1$$

$$y^3 + y_1^2 + y_1 y_2 + 2y_1 + 3y_2 + 3 = 0$$

ب) تابع است

$$-3(y_1 - y_2)(y_2 + y_1 + 1) = -4y_2 - 3y_1 - 3$$

۶

$$x^2 + 5x + 5 \xrightarrow{x=\sqrt{3}-1} (\sqrt{3}-1)^2 + 4(\sqrt{3}-1) + 5 = 3 - 2\sqrt{3} + 1 + 4\sqrt{3} - 4 + 5 = 3 + 2\sqrt{3} + 2 = 5 + 2\sqrt{3}$$

$$f(x) = \frac{4}{4+2} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

۷

$$y = 3x - a \rightarrow y = 3x - 1$$

$$\frac{x^3 - 2x - 1}{x^2 - x - 1} \div \frac{-x^2 + 2x - 1}{-x^2 + x - 1} = \frac{x^3 - 2x - 1}{x^2 - x - 1}$$

$$-f = -3 - a \rightarrow a = 1$$

$$f(x) = x^3 + x + b \rightarrow f = -1 + b \rightarrow b = 2$$

$$x^3 + x^2 = 3x - 1 \rightarrow x^3 - 2x + 1 = 0 \rightarrow x^2 - x - 1 \xrightarrow{\Delta} \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

ریشه‌ی بزرگتر (۱) است

ریشه‌ی کوچک این نقطه $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ است

$$a - 2b + 1 = a + b \rightarrow 3b = 1 \rightarrow b = \frac{1}{3}$$

$$a + b = 2a \rightarrow a + \frac{1}{3} = 2a \rightarrow a = \frac{1}{3}$$

۹

$$a + b = a - 2b + 1 = 2a$$

تابع ثابت: (۱, ۱) و (۲, ۱) و (۳, ۱) و ...

$$f(1) = \frac{f - a + (1)}{b + 3} = 1 \rightarrow f - a + (1) = b + 3 \rightarrow a + b = f + 2$$

$$a + b = 1$$

$$f(0) = \frac{(1)}{3} = 0 \rightarrow (1) = 0 \rightarrow (1) = -1$$

$$a + b + (1) = 0$$

تابع همگنی $(0, 0)$ و $(1, 1)$ و ...

۱۰