نام و نام خانوادگی: آرتین پیشروان فر — ۲۰ — پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۱ کلاس سپیرانه B

۱

الف)
$$\begin{cases} 3x - y = 9 \rightarrow 6x - 2y = 18 \\ x + 2y = -4 \rightarrow x + 2y = -4 \end{cases} \xrightarrow{+} 7x = 14 \rightarrow x = 2,\ y = -3 \qquad \frac{x}{y} = \frac{2}{-3} = -\frac{2}{3}$$

ب)
$$\begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = -1 \rightarrow y - x = -xy \xrightarrow{\times(-3)} -3y + 3x = 3xy \\ \frac{5}{x} - \frac{7}{y} = -3 \rightarrow 5y - 7x = -3xy \rightarrow 5y - 7x = -3xy \end{cases}$$
$$2y - 4x = 0 \rightarrow y = 2x \qquad \frac{x}{y} = \frac{x}{2x} = \frac{1}{2}$$

(۲)

۲

$$f = \{(a, 2a), (1, a+1), (1, -2), (2, b)\}$$
$$f(a) + 2f(2) = 3f(1)$$
$f(a) = 2a = -6$ ، $2f(2) = 2b$ ، $3f(1) = 3(a+1)$ یا $3 \times -2 = -6$

$a + 1 = -2$
$a = -3$

$2b - 6 = -6$
$2b = 0$
$b = 0$

(۲)

۳

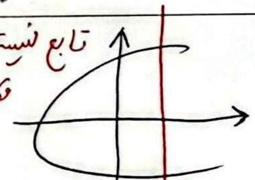
$$f = \{(-1, m^2 - 3m), (3, 5), (-1, -2), (m+1, 6), (2, 4), (m^2 + 2, 4m + 1)\}$$
$m^2 - 3m = -2$
$m^2 - 3m + 2 = 0$
$(m-1)(m-2) = 0$

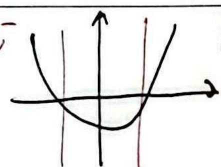
$m = 1$: $(2,6)\ (2,4)$ غلط
$m = 2$: $(3,5)\ (3,6)$ غلط

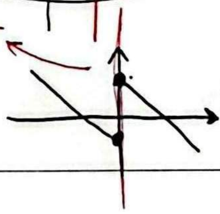
m به ازای هیچ مقدار

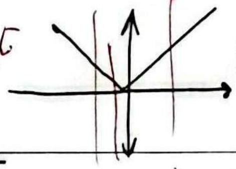
(۲)

۴

الف)

تابع نیست چون ۲ بار قطع می‌شود.

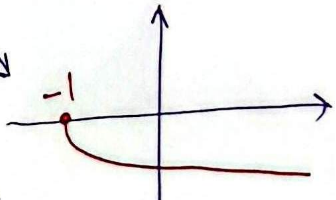
ب)

تابع است ✓

ج)

تابع نیست چون ۲ بار قطع می‌شود.

د)

تابع است ✓

(۲)

۵

الف) $y = \sqrt{x+1}$ → تابع است


ب)
$$x = \frac{y}{\sqrt{1 - y^2}} \rightarrow x_1 = x_2$$
$$\frac{y_1}{\sqrt{1 - y_1^2}} = \frac{y_2}{\sqrt{1 - y_2^2}} \xrightarrow{(\ )^2} \frac{y_1^2}{1 - y_1^2} = \frac{y_2^2}{1 - y_2^2}$$
$$y_1^2 - y_1^2 y_2^2 = y_2^2 - y_2^2 y_1^2$$
$$y_1^2 = y_2^2 \rightarrow y_1 = y_2$$
y_1 و y_2 هم علامت هستند.

چون مخرج کسرها مثبت هستند پس y_1 و y_2 هم علامتند.

تابع است.

(۲)

الف) $\lvert y\rvert = x$ تابع نیست ← مثال نقض: $x=1 \to y=1,\ y=-1$ (۲) ب) $y^3+3y^2+3y+x^3+x=0$ → $(y+1)^3-1=-x^3-x$ $(y+1)^3=y^3+3y^2+3y+1$ $(y+1)^3=-x^3-x+1$ $y=\sqrt[3]{1-x^3-x}-1$ تابع است	۶
$f(x)=\dfrac{x^2+4x+5}{x^2+4x+7} \to \dfrac{(x+2)^2+1}{(x+2)^2+3} \xrightarrow{x=\sqrt{3}-2} \dfrac{(\sqrt{3})^2+1}{(\sqrt{3})^2+3}=\dfrac{4}{6}=\dfrac{2}{3}$ $f(\sqrt{3}-2)=?=\dfrac{2}{3}$ (۲)	۷
تابع $f(x)=x^3+ax+b$ و خط به معادله $y-3x+a=0$ در نقطه $(-1,-4)$ قطع می‌کند: $-\dfrac{b}{a}=\dfrac{1}{1}=1$ (۲) $y=3x-a \xrightarrow[y=-4]{x=-1} -4=-3-a \to a=1$ $y=x^3+ax+b \xrightarrow[y=-4]{x=-1} -4=-1-1+b \to b=-2$ $\to 3x-1=x^3+x-2$ $x^3-2x-1=0$ چون به ازای $x=-1$ برابر صفر است پس بر $x+1$ بخش‌پذیر است. → x^3-2x-1 تقسیم بر $x+1$: خارج قسمت x^2-x-1 $-x^3+x^2$, $-x^2-2x$, $+x^2+x$, $-x-1$, $+x+1$, 0 $(x+1)(x^2-x-1)=0$ ، $x=-1$ — مجموع x دو نقطه دیگر این منحنی	۸
اگر تابع $f(x)=\{(2,a+b),(1,2a),(-1,a-2b+1)\}$ ثابت باشد: $a+b=2a \to b=a$ $a-2b+1 \xrightarrow{b=a} a-2a+1=2a \to 3a=1 \to a=\dfrac{1}{3}$ (۲)	۹
$f(x)=\dfrac{4x^2-ax+c+1}{bx+3}$ تابع همانی است $=x \to x(bx+3)=4x^2-ax+c+1$ (۲) $bx^2+3x=4x^2-ax+c+1$ $4x^2-bx^2-ax-3x+c+1=0 \to (4-b)x^2+(-a-3)x+(c+1)=0$ $4-b=0 \to b=4$ ، $-a-3=0 \to a=-3$ ، $a+b+c=-3+4-1=0$ $c+1=0 \to c=-1$	۱۰