محمدرضا اشراقی ۱۹٫۵ به نام خدا (دهم سبز B) تکلیف ۲۸

۱) $f(x)=\begin{cases} x^2+2x & ; x\geq a \\ ax-4 & ; x<a \end{cases}$ پیوسته است a؟

$x^2+2x=ax-4$

$a^2+2a=a^2-4 \Rightarrow 2a=-4 \Rightarrow \boxed{a=-2}$

۲

۲) $g(x)=2x+b$ و $f(x)=\dfrac{x^2+a}{2x-b}$

۲

مقدار $f(1)$؟

$g(2)=2x+b \Rightarrow 4+b=3 \Rightarrow \boxed{b=-1}$

$f(2)=\dfrac{x^2+a}{2x-(-1)}=\dfrac{4+a}{4+1}=\dfrac{4+a}{5}=3 \Rightarrow 4+a=15$

$\boxed{a=11}$

$f(1)=\dfrac{1+11}{2-(-1)}=\dfrac{12}{3}=4$

۳) $f(x)=\dfrac{x^4+1}{2x^2+ax+b}$ ؛ دامنه آن $\mathbb{R}-\{-1,4\}$

۲

مقدار $f(1)$؟

$2x^2+ax+b=0 \Rightarrow$ ریشه‌ها ۴ و -1

$2-a+b=0=32+4a+b$

$-5a=30 \Rightarrow \boxed{a=-6}$

$2-(-6)+b=0 \Rightarrow \boxed{b=-8}$

$f(1)=\dfrac{4+1}{2-6-8}=\boxed{-\dfrac{5}{12}}$

۴) $f(x)=\dfrac{x^3-\sqrt{3}}{-4x^2+ax+b}$ دامنه آن $\mathbb{R}-\{-1\}$

مقدار $a+b$؟

$-4(x+1)^2=0 \Leftarrow -4x^2\underbrace{-8}_{a}x\underbrace{-4}_{b}=0$

$\Rightarrow a+b=-8-4=\boxed{-12}$

۲

۵) $f(x)=\dfrac{2x}{(x-1)(x^2+mx+1)}$ دامنه آن $\mathbb{R}-\{1\}$

حدود m؟

حدود $m \Leftarrow -2\leq m<2$

$x^2+mx+1 \Rightarrow \boxed{m=-2}$

۲

اگر x^2+mx+1 ریشه‌ی حقیقی نداشته باشد: $\Delta<0 \Rightarrow m^2-4<0 \Rightarrow m^2<+4$

$-2<m<2$

۶) $f(x)=\sqrt{4-\dfrac{1}{x^2}}$

$4-\dfrac{1}{x^2}\geq 0 \Rightarrow 4\geq\dfrac{1}{x^2} \Rightarrow 4x^2\geq 1$

$\Leftarrow x^2\geq\dfrac{1}{4}$

$D_f=\mathbb{R}-(-\frac{1}{2},\frac{1}{2}) \Leftarrow \frac{1}{2}\leq x$

$x\leq-\frac{1}{2}$

۲

۷) $f(x)=\sqrt{mx^2+2mx+1}$ دامنه ی آن $\mathbb{R}$ ؟

$mx^2+2mx+1\geq 0 \to \begin{cases}\Delta\leq 0\\ m>0 \to \text{ضریب } x^2\end{cases}$

اگر $m=0$ باشد $f(x)=1 \to$ دامنه $\mathbb{R}$

$mx^2+2mx+1 \geq 0$ $\quad m\in[0,1]$

دامنه برابر $\mathbb{R}$ کل

پس $\Delta<0$ (۱,۵)

$\Downarrow$

$4m^2-4m<0$

$\Downarrow$

$4m(m-1)<0$

$m\in(0,1) \Leftarrow$ $\quad$ $0 \quad 1$: $+ \quad - \quad +$

۸) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{4x^2-1}{2x-1}\ ; x\neq a\\ 4x+k\ ; x=\dfrac{1}{2}\end{cases}$ و $g(x)=2x+1$ مقدار $a+k$؟

$a=\dfrac{1}{2}$ $\qquad 2x+1=k+2 \Rightarrow k+2=2$

$\Downarrow$

$k=0$

$a+k=\dfrac{1}{2}$ (۲)

۹) $f(x)\begin{cases}\dfrac{9x^2-4}{3x+2}\ ; x\neq -\dfrac{2}{3}\\ 3ax+2\ ; x=-\dfrac{2}{3}\end{cases}$ و $g(x)=3x+b$ مقدار $a-b$؟

$a-b=3-(-2)=5$

$-2a+2=-2+b$

$-2a=-4+b$

$\dfrac{\cancel{(3x+2)}(3x-2)}{\cancel{(3x+2)}} \Rightarrow 3x-2=0$

$\Downarrow$

$3a\dfrac{-2}{3}+2=-2a+2$ (۲)

$3x-2=3x+b$

$a=\dfrac{-4}{-2}+\dfrac{b}{-2}=2-\dfrac{b}{2}=a \Rightarrow$

$b=-2$

$x=-\dfrac{2}{3}$: $-2-2=-2a+2 \quad 3x+b$

$4 \Rightarrow -2a \Rightarrow a=2$

ب)

$g(x) = x + 2$ و $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 4}{x - 2} & ; x \neq 2 \\ 2a^2 + ax & ; x = 2 \end{cases}$

$f(x) = \dfrac{(x+2)\cancel{(x-2)}}{\cancel{(x-2)}} = x + 2$ مقدار a؟

$f(x) = x + 2 = g(x) = x + 2 \longrightarrow x \in \mathbb{R}$

۲

$f(x) = 2a^2 + 2a = 4$

$2a(a+1) = 4 \Rightarrow a(a+1) = 2$

رد

$\boxed{a = -2 \text{ و } a = 1}$