۱) $f(x)=\begin{cases} x^2+2x & ; x\geq a \\ ax-4 & ; x<a \end{cases}$ چند جواب دارد؟

$$x^2+2x=ax-4$$

$$a^2+2a=a^2-4 \Rightarrow 2a=-4 \Rightarrow a=-2$$

۲) $f(x)=\frac{x^2+a}{2x-b}$ ، $g(x)=2x+b$

$g(2)=2x+b \Rightarrow 4+b=2 \Rightarrow b=-1$ مقدار $f(1)$ چند؟

$f(2)=\frac{x^2+a}{2x-(-1)}=\frac{4+a}{4+1}=\frac{4+a}{5}=3 \Rightarrow 4+a=15$

$a=11$

$f(1)=\frac{1+11}{2-(-1)}=\frac{12}{3}=4$

۳) $f(x)=\frac{x+1}{2x^2+ax+b}$ دامنه‌اش $\mathbb{R}-\{-1,4\}$

مقدار $f(1)$ چند؟

ریشه‌ها ۴ و -1 $\Rightarrow 2x^2+ax+b=0$

$2-a+b=0=32+4a+b$

$-5a=30 \Rightarrow a=-6$

$2-(-6)+b=0 \Rightarrow b=-8$

$f(1)=\frac{2+1}{2-6-8}=-\frac{3}{12}$

۵) $f(x)=\frac{x^3-\sqrt{x}}{-2x^2+ax+b}$ جواب آن $\mathbb{R}-\{-1\}$ است.

مقدار $a+b$ را بیابید.

$-2(x+1)^2=0 \Rightarrow -2x^2-4x-2=0$

$\frac{-4}{b}=-2 \quad \frac{-4}{a}=-2$

$\Rightarrow a+b=-4-2=-6$

۵) $f(x)=\frac{2x}{(x-1)(x^2+mx+1)}$ جواب آن $\mathbb{R}-\{1\}$ است.

m چند عدد صحیح دارد؟

$-2<m<2 \Rightarrow$ سه عدد

$x^2+mx+1 \Rightarrow m=-2$

اگر x^2+mx+1 ریشه‌ی حقیقی نداشته باشد:

$\Delta<0 \Rightarrow m^2-4<0 \Rightarrow m^2<4$

$-2<m<2$

۶) $f(x)=\sqrt{2-\frac{1}{x^2}}$

$2-\frac{1}{x^2}\geq 0 \Rightarrow 2\geq\frac{1}{x^2} \Rightarrow 2x^2\geq 1$

$\Rightarrow x^2\geq\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}\leq x$

$x\leq-\frac{1}{2}$

$Df=\mathbb{R}-(-\frac{1}{2},\frac{1}{2})$

۷) $f(x)=\sqrt{mx^2+2mx+1}$ دامنه‌ی آن $\mathbb{R}$ است؛

$mx^2+2mx+1\geq 0$

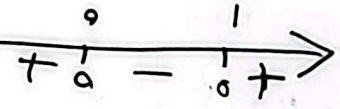
دامنه برابر $\mathbb{R}$ است

$\Delta\leq 0$

$4m^2-4m\leq 0$

$4m(m-1)\leq 0$

$m\in[0,1]$



۸) $f(x)=\begin{cases}\frac{2x^2-1}{2x-1} & ;x\neq a\\ 2x+k & ;x=\frac{1}{2}\end{cases}$ و $g(x)=2x+1$ ، $a+k$ را بیابید؛

$2x+1=k+2 \Rightarrow k+2=2$

$k=0$

$a=\frac{1}{2}$

$\therefore$

$$a+k=\frac{1}{2}$$

۹) $f(x)\begin{cases}\frac{9x^2-6}{3x+2} & ;x\neq-\frac{2}{3}\\ 3ax+2 & ;x=-\frac{2}{3}\end{cases}$ ، $g(x)=3x+b$ ، $a-b$ را بیابید؛

$a-b=3-(-2)=5$

$\frac{(3x+2)(3x-2)}{(3x+2)}\Rightarrow 3x-2=0$

$3x=2$

$3x-2=3x+b$

$b=-2$

$-2a+2=-2+b$

$-2a=-4+b$

$3a-2+2=-2a+2$

$a=\frac{-4}{-2}+\frac{b}{-2}=2-\frac{b}{2}=a\Rightarrow$

$-2a=-4\Rightarrow a=2$

(b

$$g(x) = x + 2 \quad , \quad f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x - 2} & ; x \neq 2 \\ a^2 + ax & ; x = 2 \end{cases}$$

$$f(x) = \frac{(x+2)(x-2)}{(x-2)} = x + 2$$

نحل ... نحد

$$f(x) = x + 2 = g(x) = x + 2 \longrightarrow x \in \mathbb{R}$$

$$f(x) = 2a^2 + 2a = 4$$

$$2a(a+1) = 4 \Rightarrow a(a+1) = 2$$

نأخذ

$$a = -2 \quad , \quad a = 1$$