نام و نام خانوادگی امیرعباس عادل جو ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۹ کلاس B-دهم

۱	$6! = 6\times5\times4\times3\times2\times1 = 720$ $6!$
۲	$5! = 5\times4\times3\times2\times1 = 120$ $(n-1)! = (6-1)! = 5!$
۳	$\frac{5!}{2} = \frac{5\times4\times3\times\cancel{2}\times1}{\cancel{2}} = 60$ $\frac{(n-1)!}{2} = \frac{(6-1)!}{2} = \frac{5!}{2}$
۴	$\binom{6}{4} \times 4! = \binom{6}{2}\times4! = \frac{\overbrace{6\times5}^{\frac{6!}{4!}}}{\underbrace{2\times1}_{2!}}\times\overbrace{4\times3\times2\times1}^{4!} = 360$ $\binom{6}{4}$ انتخاب ۴ نفر از ۶ نفر ، $4!$ در یک ردیف بایستند
۵	$\binom{6}{4}\times3! = \binom{6}{2}\times3! = \frac{6!}{2!\times4!}\times3! = \frac{6\times5\times\cancel{4!}\times\overbrace{3\times2\times1}^{3!}}{\cancel{2!}\times\cancel{4!}} = 90$ $\binom{6}{4}$ انتخاب ۴ نفر از ۶ نفر ، $3!$ دور یک میز $(n-1)!$ ، $(4-1)!$
۶	$\binom{6}{4}\times\frac{3!}{2} = \frac{\overbrace{6\times5}^{\text{طبق مسائل قبل}}}{2}\times\frac{\overbrace{3\times2\times1}^{3!}}{2} = 45$ $\binom{6}{4}$ انتخاب ۴ نفر از ۶ نفر ، $\frac{(n-1)!}{2}$ چرخشی و فلک است
۷	از بین ۴ انتخاب خود a باید باشد پس ۳ تا انتخاب دیگر داریم و چون c نباید باشد از بین ۶ نفر (که a انتخاب شده و c نباید انتخاب شود) ۳ نفر وضعیت مشخص است و برای ۳ تا انتخاب خود ۴ نفر داریم: $\binom{4}{3}\times4! = \frac{4!\times4!}{1!\times3!} = 96$ $\binom{4}{3}$ انتخاب ۳ نفر از ۴ نفر ، $4!$ جابه‌جایی
۸	a b c d e f : ۵ دسته داریم $\Rightarrow 5!$ $5! = 5\times4\times3\times2\times1 = 120$
۹	در این سوال برخلاف سوال قبل جایگاه c و d می‌توانند جابه‌جا شوند و بین c و d جابه‌جایی داریم: a b c d e f : ۵ دسته داریم که یکی از آن‌ها درون خود جابه‌جایی می‌شود $\Rightarrow 5!\times2! = 120\times2 = 240$
۱۰	$\frac{6!}{2!} = \frac{6\times5\times4\times3\times\cancel{2}\times1}{\cancel{2}\times1} = 360$ الف) این روش هم داریم: چون کلاً ۶! حالت داریم و جایگشت d بعد از c که نصف حالات است را در ۶! داریم پس آن را بر یک ۲! تقسیم می‌کنیم: 1 2 3 4 5 d : 120 1 2 3 4 d 4 : 96 1 2 3 d 3 4 : 72 1 2 d 2 3 4 : 48 1 d 1 2 3 4 : 24 $\rightarrow$ حالت ۳۶۰

۱۱	(a)(b)(cde)(f) : (cde) ۴ تا دسته داریم که دسته در خودش جایگشت دارد $\Rightarrow \underbrace{4!}_{\text{جایگشت ۳ دسته}} \times \underbrace{3!}_{\text{جایگشت c و d و e}} = 144$
۱۲	(c)(d)(e) : $\frac{6!}{3!} = \frac{6\times5\times4\times3!}{3!} = 120$ جایگشت c و d و e که در کل حالات حساب شده
۱۳	(c)(d)(a) $\frac{6!}{3!} = 120$ (مثل سوال قبل فقط به جای a حالا اینجا داریم)
۱۴	(a)(d) , (e)(c) $\frac{6!}{2!\times2!} = \frac{6\times5\times4\times3\times2\times1}{2\times1\times2\times1} = 180$
۱۵	●●●●● ○○○○○ دسته گوی های سیاه جا به جایی گوی های سیاه $6!\times5! = 86400$ جا به جایی گوی های سفید با دسته گوی سیاه
۱۶	●●●●● ○○○○○ دسته گوی های سیاه جا به جایی دسته گوی سیاه — دسته گوی های سفید جا به جایی دسته گوی سفید $5!\times5!\times2! = \underbrace{5\times4\times3\times2\times1}_{5!}\times\overbrace{5\times4\times3\times2\times1}^{5!}\times\overbrace{2\times1}^{2!} = 28800$ جا به جایی بین دسته گوی های سفید و سیاه
۱۷	هیچ دو گوی سیاه کنار هم نباشد! برای اینکه هیچ دو گوی سیاه کنار هم نباشد باید ۵ تا در ۶ تا مکان را به روش قرار بگیرند ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ پس : $\binom{6}{5}\times5!\times5! = \binom{6}{1}\times5!\times5! = 6\times120\times120 = 86400$ انتخاب گوی برای عکس — جا به جایی گوی های سفید — جا به جایی گوی های سیاه
۱۸	در اینجا ما باید متمم بگیریم یعنی! حالتی که هیچ گوی کنار هم قرار نمی گیرد را حساب و از کل حالات کم می کنیم تا حالاتی که بعضی از گوی های سیاه کنار هم باشد بدست آید مانند سوال (۱۷) $10! - \left(\binom{6}{1}\times5!\times5!\right) = 3628800 - 86400 = 3542400$ جواب نهایی ←
۱۹	اول سفید آخر — اول سیاه آخر $5!\times5! + 5!\times5! = 2\times5!\times5! = 28800$ سیاه ها به $5!$ حالت — سفیدها به $5!$ حالت — اول سفید یا اول سیاه باشد (البته که با $5!\times5!$ فرقی ندارد) اول سفید آخر سیاه
۲۰	حالا سیاه ها بین سفیدها قرار می گیرند $4!\times5! \Rightarrow \underbrace{4\times3\times2\times1}_{4!}\times\underbrace{5\times4\times3\times2\times1}_{5!} = 2880$ وقتی سفیدها را می چینیم به صورت $(n-1)!$ حالت دایره ای کنار هم هستند