

(۲) الف) $y^3 - 2y^2 = 2y - 1 \rightarrow y^3 = 2y^2 + 2y - 1 \rightarrow y = \sqrt[3]{2y^2 + 2y - 1} \Rightarrow$ تابع هست ✓
ب) $x \cos y = y \cos x$ مثال نقی $x = \frac{\pi}{2} \rightarrow \cos y = 0 \Rightarrow$ حالت دارد $\Rightarrow$ تابع نیست ✓
ج) $x + y = 2\sqrt{xy}$ $\xrightarrow{\text{هر دو طرف به توان ۲}} x^2 + y^2 - 2\sqrt{xy} \cdot \sqrt{xy} = 0 \rightarrow (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 = 0 \rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{y} \Rightarrow x = y \rightarrow$ تابع هست ✓
د) $x(y^2 + 2) - y(y^2 + 2) = (y^2 + 2)(x - y) = 0 \xrightarrow{x=y} y^2 + 2 = 0 \rightarrow$ غرض $x \Rightarrow$ تابع هست ✓

(۳) الف) $|y| + x^2 = 2y$ معکوس $|x| + y^2 = 2x \rightarrow y^2 = 2x - |x| \rightarrow y = \pm \sqrt{2x - |x|}$ $\xrightarrow{\text{تعیین علامت}}$ $\frac{x}{2} \geq 0$ $\Rightarrow$ الف تابع است
ب) $[y] + [x] = 1$ مثال نقی $x = 0 \rightarrow [y] = 1 \rightarrow 1 < y < 2 \rightarrow y$ بین ۱ و ۲ ثابت دارد $\Rightarrow$ تابع نیست ✓

(۳) $f(n) = \begin{cases} 2n^2 - b & |n-1| \geq 2 \\ a + 2n & 0 \leq n \leq 3 \end{cases}$ $|n-1| \geq 2 \rightarrow n-1 \geq 2 \vee n-1 \leq -2 \rightarrow n \geq 3 \vee n \leq -1$
 $\Rightarrow n=3 \rightarrow 2n^2 - b = a + 2n \rightarrow 18 - b = a + 6 \rightarrow a + b = 12$ ✓

(۴) $f(x) = \sqrt{-(x^2 + bx - a)}$ $\xrightarrow{\text{تعیین علامت طبق بازه ها}}$ $-\frac{1}{b} + \frac{1}{a} = -\frac{1}{b}$ $\xrightarrow{x=a}$ $a^2 + ab - a = 0$ $\star$
 $\xrightarrow{x=b}$ $b^2 + b^2 - a = 0$
 $\Rightarrow a(a+b-1) = 0$ $\xrightarrow{a \neq 0}$ $a+b-1=0 \rightarrow a+b=1$ ✓

(۵) $(-\infty, a) \cup (c, +\infty)$ بود $\Rightarrow$ معادله ای یک خط در خروجی است $\Rightarrow a=c$
چون دامنه از $-\infty$ شروع شده $\Rightarrow b < 0$
 $\Rightarrow bn + c > 0 \rightarrow n < \frac{-c}{b} \Rightarrow \frac{-c}{b} = 2 \rightarrow +c = -2b$ $\xrightarrow{\text{عبارت خوانده شده}}$ $3a + c - 3|b| = -2b - (-3b) = b$ ✓

(۶) $y = \sqrt{\frac{3x+2}{x+b} + a} = \sqrt{\frac{3x+2+ax+ab}{x+b}} = \sqrt{\frac{x(3+a) + (2+ab)}{x+b}}$ $\xrightarrow{\text{طبق دامنه نقطه یک این را به هم وصل می کنیم در خروجی است}}$ $3+a=0 \rightarrow a=-3$
 $x=2 \rightarrow 4b=0 \rightarrow b=-2$ ✓

(۷) الف) $y = \sqrt{x^2 - x} \rightarrow x^2 - x \geq 0 \rightarrow x(x-1) \geq 0 \rightarrow \frac{1}{x} + \frac{0}{x} - \frac{1}{x} = -\frac{1}{x} \Rightarrow D_f = [-1, 0] \cup [1, +\infty)$
ب) $y = \frac{1}{\sqrt{|x|-1}} \rightarrow |x|-1 > 0 \rightarrow |x| > 1 \Rightarrow \frac{x}{x-1} > 1 \Rightarrow (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$ ✓

(۸) الف) $y = \sqrt{\frac{1}{|x| - [x]}}$ $\rightarrow |x| - [x] \neq 0 \rightarrow [x] \neq |x|$ $\xrightarrow{\text{می دانیم که [x] عدد صحیح و |x| عدد حقیقی است}}$ $\{x \mid x > 0, x \in \mathbb{Z} \rightarrow [x] = |x|\}$
 $\Rightarrow D(f) = \mathbb{R} - \{x \mid x \in \mathbb{Z} \text{ و } x \geq 0\}$ ✓
ب) $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 9 \rightarrow \sqrt{y} = 9 - \sqrt{x} \xrightarrow{x \geq 0} 9 - \sqrt{x} \geq 0 \rightarrow 9 \geq \sqrt{x} \rightarrow 81 \geq x \geq 0 \rightarrow D_f = [0, 81]$ ✓

(۹) $[2n - \frac{1}{4}] + [2n + \frac{3}{4}] > 0 \rightarrow [2n - \frac{1}{4} + \frac{3}{4}] + [2n + \frac{3}{4}] = [2n + \frac{1}{2}] + [2n + \frac{3}{4}] = 2[2n + \frac{3}{4}] - 2 > 0 \rightarrow [2n + \frac{3}{4}] > 1$
 $\rightarrow 2 \leq 2n + \frac{3}{4} \rightarrow \frac{1}{4} \leq 2n \rightarrow \frac{1}{8} \leq n \rightarrow D(f) = [\frac{1}{8}, +\infty)$ ✓

(۱۰) $2n - a > 0$ و $1 - \log(e^{2n-a}) > 0 \Rightarrow D(f) = (\frac{a}{2}, \frac{a+b}{2}]$
 $\Rightarrow c-b = \frac{10+a}{2} - \frac{a}{2} = \frac{10}{2} = 5$ ✓
 $\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$
 $n > \frac{a}{2}$ $\{$ $10 > 2n - a \rightarrow \frac{a+10}{2} > n$