

$$u = \begin{cases} 3y-1 & y \geq 0 \Rightarrow y \geq 0 \Rightarrow 3y \geq 0 \Rightarrow 3y-1 \geq -1 \Rightarrow u \geq -1 \\ -y^2 & y < 0 \Rightarrow y < 0 \Rightarrow y^2 > 0 \Rightarrow -y^2 < 0 \Rightarrow u < 0 \end{cases}$$

$$y = \begin{cases} \frac{u+1}{3} & u \geq -1 \\ \sqrt{-u} & u < -1 \end{cases}$$



جواب $\rightarrow$ طبق شکل تابع است

$$* y = \frac{u+1}{3} \Rightarrow u = 3y-1 \Rightarrow 3y = u+1 \Rightarrow y = \frac{u+1}{3}$$

$$* \sqrt{-u} = y \Rightarrow u = -y^2 \Rightarrow -u = y^2 \Rightarrow y = \pm \sqrt{-u} \Rightarrow$$

حالت منفی غیر قابل قبولی چون لا باید بزرگتر از یک باشد

$$g(u) = \sqrt{\frac{uf(u-2)}{f(u)}} \Rightarrow \frac{uf(u-2)}{f(u)} \geq 0$$

* برای رسیدن به $f(u-2)$ با انتقال $f(u)$ را دو واحد به سمت راست حرکت می‌دهیم که ریشه‌های $f(u-2)$ از $f(u)$ دو واحد بیشتر هستند

$$* f(u) \text{ ریشه‌های } -4, 3, 5 \quad * f(u-2) \text{ ریشه‌های } -2, 5, 7$$

$$D_g = (-4, -2] \cup [0, 3) \cup [7, +\infty)$$

که جواب

	-4	-2	0	3	5	7
$f(u-2)$	-	-	+	+	+	+
$f(u)$	-	+	+	+	-	+
u	-	-	-	+	+	+
$\frac{uf(u-2)}{f(u)}$	-	+	-	+	-	+

$$f(u) = \frac{2u^2 - 4u + 2}{u^3 - 4u}$$

$$D_f = ? \Rightarrow u^3 - 4u \neq 0 \Rightarrow u(u^2 - 4) \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} u \neq 0 \\ u \neq \pm 2 \end{cases} \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{-2, 0, 2\}$$

(الف)

که جواب

$$\sqrt{f(u)} = \sqrt{\frac{2u^2 - 4u + 2}{u^3 - 4u}} \Rightarrow \frac{2u^2 - 4u + 2}{u^3 - 4u} \geq 0$$

* چون $\Delta < 0$ و $a > 0$ پس عددی مثبت

(ب)

$$u(u^2 - 4) \leq \begin{matrix} u < -2 \\ u = -2 \\ u = 0 \\ u = 2 \\ u > 2 \end{matrix} \begin{matrix} - \\ + \\ - \\ + \\ - \end{matrix} \begin{matrix} - \\ - \\ + \\ + \\ - \end{matrix} \Rightarrow P_f = (-2, 0) \cup (2, +\infty)$$

که جواب

$$\text{الف) } y = \sqrt{\frac{u-2}{u^2-4u-4}} \Rightarrow \frac{u-2}{u^2-4u-4} \geq 0$$

$$t = 4 \quad t = -2$$

$$u^2 = t \Rightarrow t^2 - 4t - 4 = 0 \Rightarrow (t-4)(t+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} u^2 = 4 \Rightarrow u = \pm 2 \\ u^2 = -2 \text{ غلط} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{-2}{-4} + \frac{2}{4} = 0 \Rightarrow D_f = (-2, +\infty) - \{2\} \rightarrow \text{جواب}$$

$$\text{ب) } y = \frac{2u^2 + 1}{4 - 2[-u]} \Rightarrow 4 - 2[-u] \neq 0 \Rightarrow 4 + 2u \neq 0 \Rightarrow [-u] \neq -2 \Rightarrow 2 < -u < 4$$

$$D_f = \mathbb{R} - (-3, 2]$$

که جواب

$$\text{الف) } f(u) = \frac{u(u^2-1)}{\sqrt{|u|+u}} \Rightarrow \frac{u(u^2-1)}{\sqrt{|u|+u}} \geq 0 \Rightarrow \frac{-1}{-1+1} \frac{0}{0+0} \frac{1}{1+1} \geq 0 \Rightarrow \frac{1}{2} \geq 0 \Rightarrow (0, +\infty) \text{ ①}$$

$$\text{①} \cap \text{②} \Rightarrow [1, +\infty) = D_f$$

که جواب

$$\text{ب) } f(u) = \frac{\sqrt{|u-2| - u^2}}{|u|-1} \Rightarrow |u|-1 \neq 0 \Rightarrow |u| \neq 1 \Rightarrow u \neq \pm 1 \text{ ①}$$

$$|u-2| - u^2 \geq 0 \xrightarrow{u \geq 2} u-2-u^2 \geq 0 \Rightarrow \Delta < 0 \Rightarrow \text{عدد از منفز که چک کرد چون } \Delta < 0 \text{ پس عددی منفی}$$

$$\xrightarrow{u < 2} -u+2-u^2 \geq 0 \Rightarrow -u^2-u+2 \geq 0 \Rightarrow \frac{-1}{-1-1} \frac{0}{0-0} \frac{2}{2-1} \geq 0 \Rightarrow \frac{2}{1} \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} u = -1 \text{ یا } u = 1 \\ u = 2 \text{ یا } u = -2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{-2}{-1} + \frac{1}{1} = 1 \Rightarrow [2, 1] \text{ ②}$$

$$\text{①} \cap \text{②} \Rightarrow [-2, 1) - \{-1\} = D_f \rightarrow \text{جواب}$$

$$الف) y = \sqrt{(u-2)[u-3]} \Rightarrow (u-2)[u-3] \geq 0$$

$$u = \frac{5}{2} \quad \begin{matrix} \downarrow \\ [u-2] \geq 0 \Rightarrow [u] = 2 \Rightarrow 2 \leq u \leq 3 \end{matrix}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{+} \mid \frac{3}{+} \oplus + \Rightarrow D_f = (-\infty, +\infty) \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \text{جواب}$$

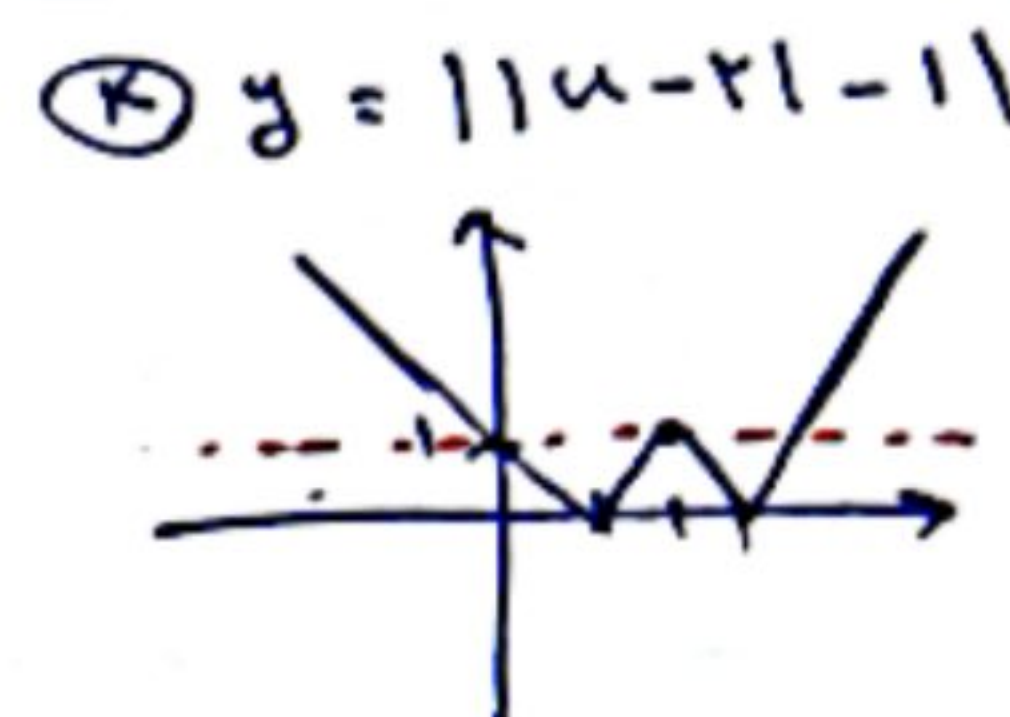
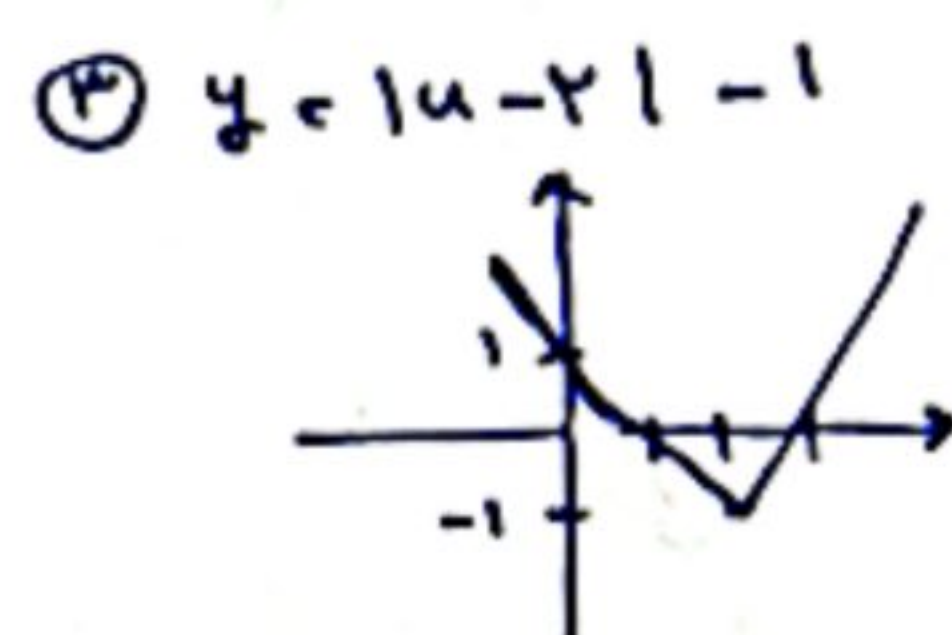
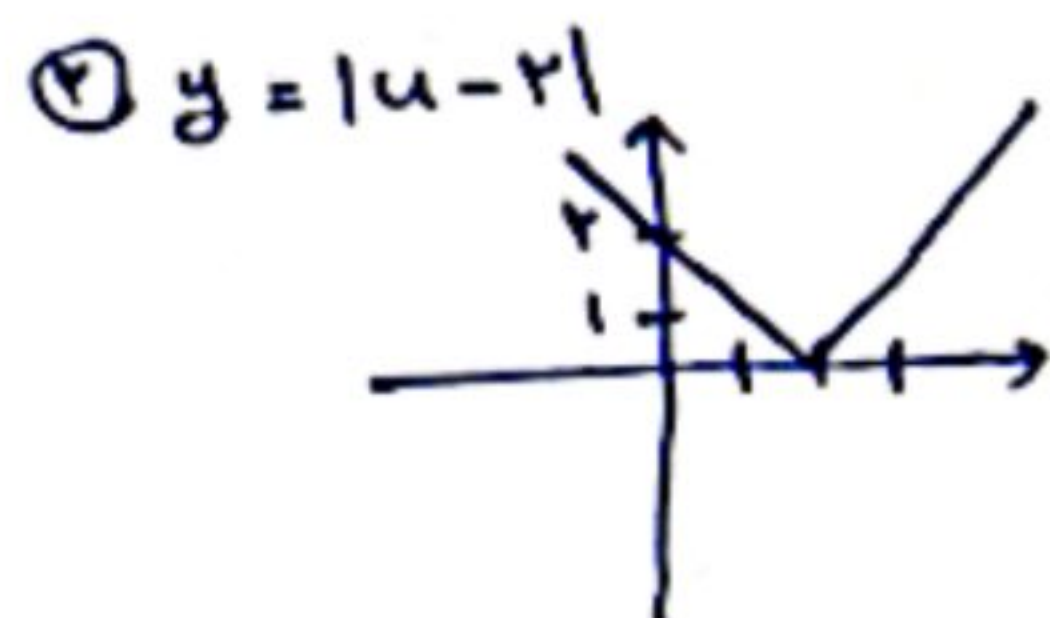
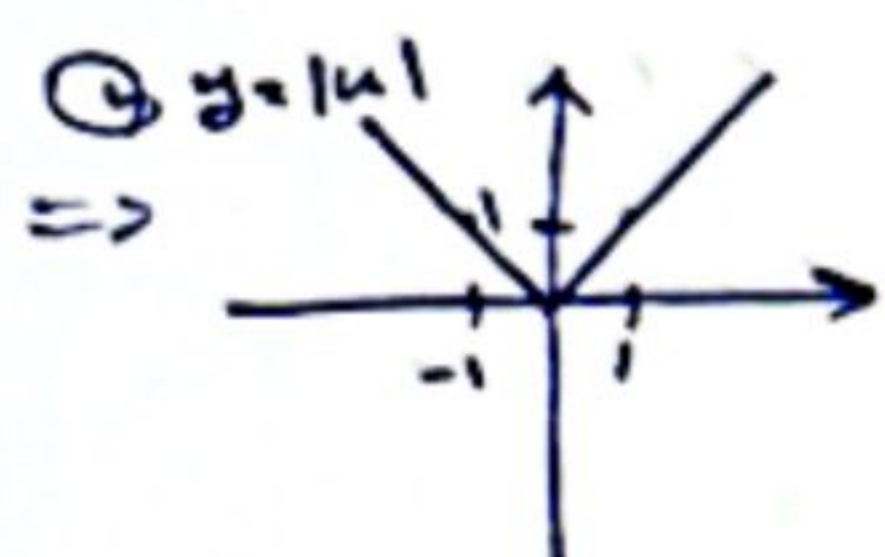
$$ب) y = \sqrt{|u-1|[u-3]} \Rightarrow |u-1|[u-3] \geq 0$$

$$\downarrow [u-3] \geq 0 \Rightarrow [u] = 3 \Rightarrow 3 \leq u \leq 4$$

$$\Rightarrow \frac{1}{-} \mid \frac{3}{-} \oplus \frac{4}{+} \Rightarrow [3, +\infty) \cup \{1\} = D_f \rightarrow \text{جواب}$$

۶

$$y = \frac{1}{||u-2|-1|-k} \Rightarrow ||u-2|-1|-k \neq 0 \Rightarrow ||u-2|-1| \neq k \rightarrow \text{مقادیر } y=k \text{ را با نمودار } y=||u-2|-1| \text{ مقایسه می‌کنیم}$$



لکه مشخص نمودار فقط خط $y=1$ نمودار تابع
 $y=||u-2|-1|$ را در $y=1$ نقطه تقاطع می‌یابیم
 $y=k \Rightarrow y=1 \Rightarrow k=1$ پس جواب

۷

$$f(u) = \frac{u^2+3u+2}{u^2+5u+2} \Rightarrow \frac{u+1}{u-1} \neq 0, u-1 \neq 0 \Rightarrow u \neq 1 \quad ②, \frac{u^2+3u+2}{u^2+5u+2} \Rightarrow$$

$$u^2+3u+2 \neq 0 \Rightarrow (u+1)(u+2) \neq 0 \Rightarrow u \neq -1 \quad ③, u \neq -2$$

$$① \cap ② \cap ③ \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{-2, -1, 1\} \rightarrow \text{مقادیر } y=k \text{ را با نمودار } y=u^2-2u+3 \text{ مقایسه می‌کنیم}$$

$$\Rightarrow u^2-2u+3 > 0 \Rightarrow (u-1)^2 > -2 \Rightarrow u=1$$

لکه پس عبارت یک ریشه مضاعف دارد - جواب

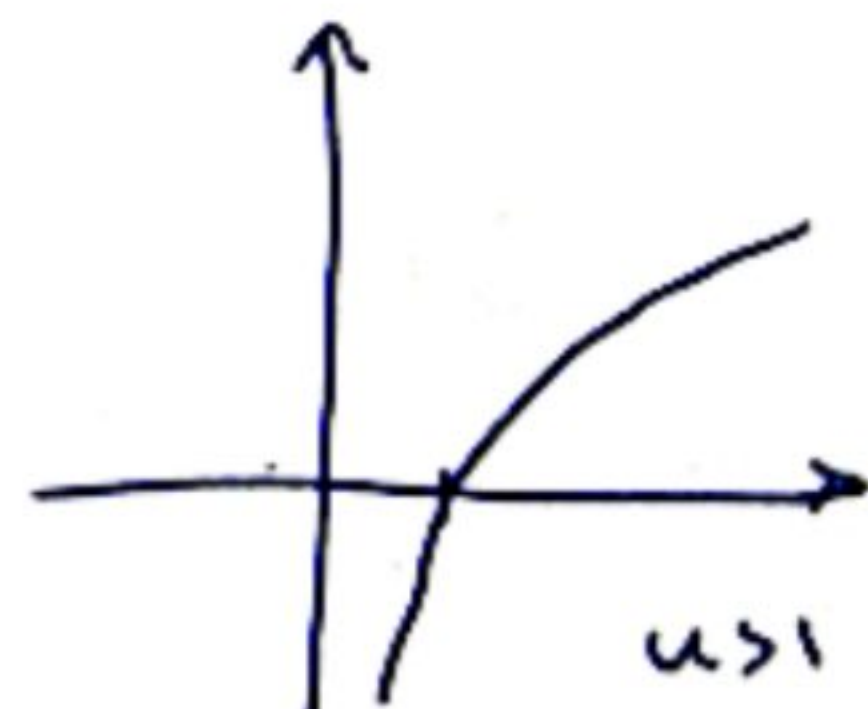
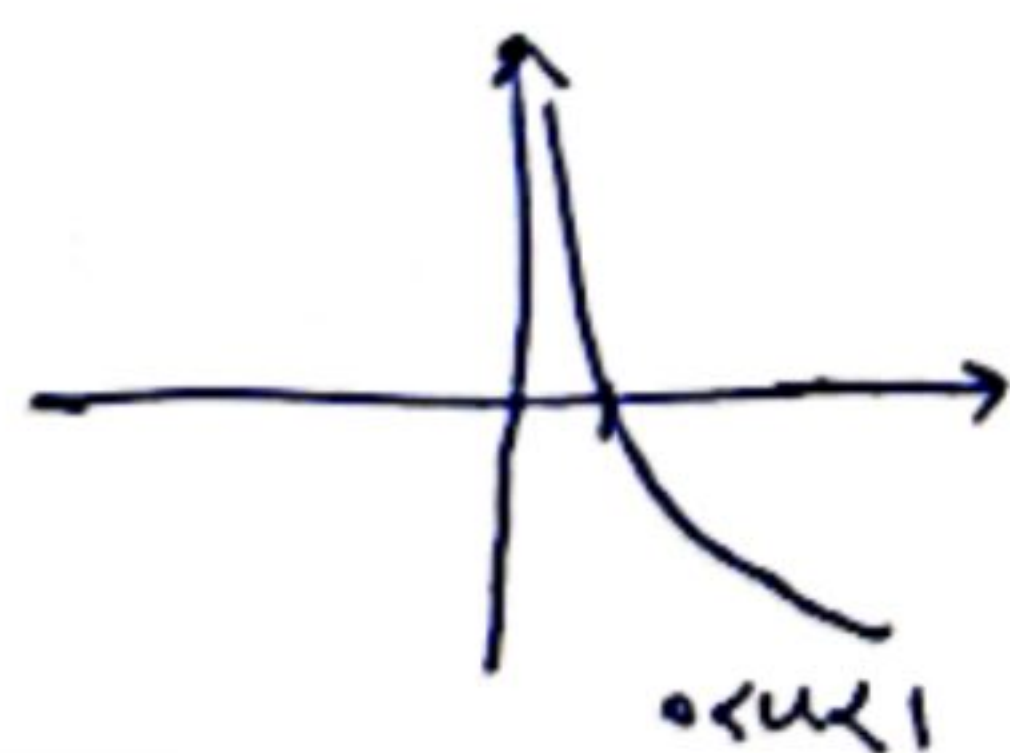
۸

$$y = \log_{u+1} \log_u \frac{1}{u} \rightarrow u+1 \neq 1 \Rightarrow u \neq 0$$

$$u+1 > 0 \Rightarrow u > -1$$

$$\log_u \frac{1}{u} > 0 \Rightarrow u > 0, u \neq 1$$

پس باید u بین مقادیر -1 باشد تا جواب مثبت شود
 $u < 0 \rightarrow u > 1$



$$\boxed{-1 < u < 1} \text{ پس جواب}$$

۹

$$f(u) \rightarrow D_{f(u)} = [-\infty, 3]$$

$$-\infty < 3u^2-1 \leq 3 \rightarrow -4 \leq 3u^2 \leq 4 \Rightarrow 3u^2 \leq 4$$

$$u^2 \leq \frac{4}{3} \Rightarrow -\frac{2}{\sqrt{3}} \leq u \leq \frac{2}{\sqrt{3}} \Rightarrow -\frac{2\sqrt{3}}{3} \leq u \leq \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$D_{f(3u^2-1)} = \left[-\frac{2\sqrt{3}}{3}, \frac{2\sqrt{3}}{3}\right] \rightarrow \text{جواب}$$

۱۰