

۱۵، ۵

دوازدهم دختر A

زهرا اعدری

① $f(-x) - x f(x) = 2|x| + 1$

$f(x) + x f(-x) = 2|-x| + 1 = 2|x| + 1$

$f(-x) - x f(x) = f(x) + x f(-x)$

$\hookrightarrow f(-x)(1-x) = f(x)(x+1) \rightarrow f(x) = \frac{f(-x)(1-x)}{x+1}$

② $2f(0) = 4 \rightarrow f(0) = 2$

$f(x^2) + 2 = x^2 - 3x^2 + 4 \rightarrow f(x^2) = x^2 - 3x^2 + 4$

③ $x^2 + x + 2 = yx - y \rightarrow x^2 + (1-y)x + y + 2 = 0$

$\Delta = \frac{y-1 \pm \sqrt{y^2 - 2y + 1 - 4y - 8}}{2} \rightarrow y^2 - 4y - 7 \geq 0$

$y \leq -1 \vee y \geq 7$ $\leftarrow (y-7)(y+1) \geq 0$

④ الف) $x = \frac{5}{4} \rightarrow 2\left(\frac{5}{4}\right) - \frac{5}{4} + 1 = \frac{-17}{4} \rightarrow R_f = \left[\frac{-17}{4}, +\infty\right)$

ب) $x = 3 \rightarrow -9 + 11 - 5 = -3 \rightarrow R_f = [2, +\infty)$

ج) $[0, +\infty) \rightarrow$ چنان زیرادستگاه بنویسیم توان
فرده.

$\Rightarrow \mathbb{R}$ $\checkmark$ راه حل!!

⑤ الف) $\mathbb{R} - \{\frac{3}{2}\}$ ✓

ب) $\sqrt{\mathbb{R} - \{4\}} \rightarrow [0, +\infty) - \{2\}$ ✓

ج) $\sqrt{x^2+3} + \frac{1}{\sqrt{x^2+3}} \rightarrow [\frac{4\sqrt{3}}{3}, +\infty)$ ✓

د) $\underbrace{x^2+4 + \frac{1}{x^2+4}}_{[\frac{17}{4}, +\infty)} - 4 \rightarrow [\frac{1}{4}, +\infty)$ ✓

⑥ $\frac{3x^2+4}{x^2-1} = y \rightarrow x^2 = \frac{y+4}{y-3} = \frac{y+4}{y-3}$ ✓
 $\frac{-4}{y-3} \leftarrow x^2 = \frac{y+4}{y-3} \geq 0$
 $y \in (-\infty, -4] \cup (3, +\infty)$ ✓

⑦ 0 ✓

$x^2 \rightarrow +\infty \rightarrow y = 3$
 $x^2 \rightarrow 0 \rightarrow y = -4$

منفرد توانایی
 صفر نشدن داده
 $(-\infty, -4] \cup (3, +\infty)$ ✓

⑧ الف) $[0, +\infty)$ ✓

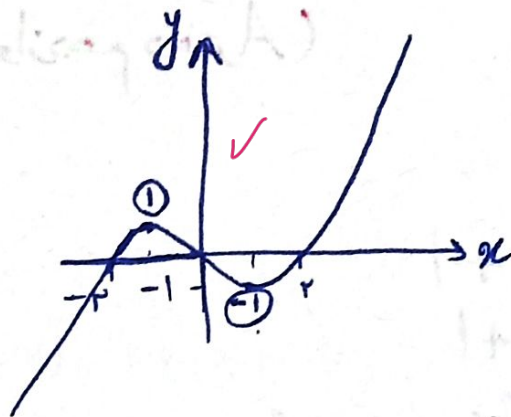


(1, VA)

ب) $\sqrt{\frac{9(x-2)}{4(x-2)}} = \boxed{\frac{3}{2}}$ ✓ $R_y = \{\frac{3}{2}\}$

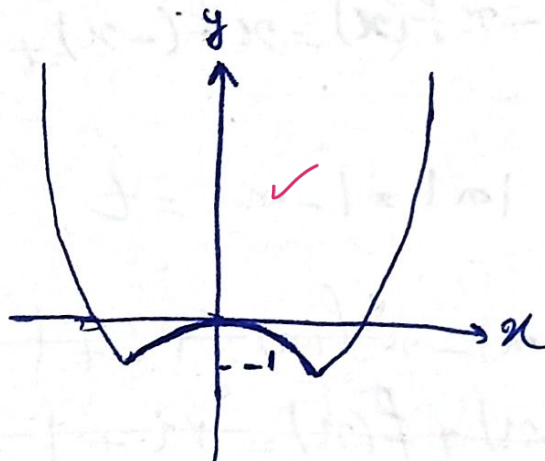
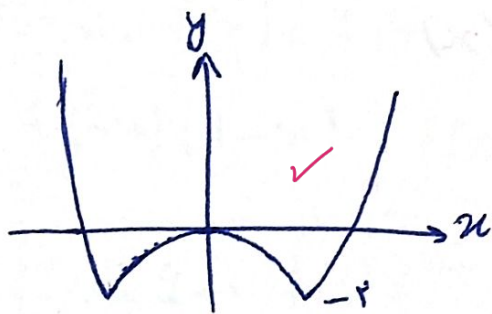
⑨

$$R_f = R \checkmark$$

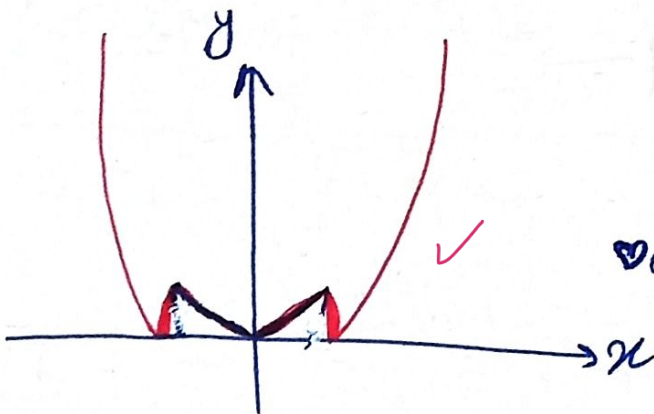


$$x^2 - 2x \quad x \geq 0 \quad (2)$$

$$-x^2 - 2x \quad x < 0$$



②



* یکم کعبه به بزرگی خودت ببخش

۱- جای x و $-x$ قرار می دهیم و یک دستگاه معادلات می یابیم:

$$\begin{aligned} f(-x) - xf(x) &= 2|x| + 1 \xrightarrow{\times x} \begin{cases} xf(-x) - x^2 f(x) = 2x|x| + x & (I) \\ f(x) + xf(-x) = 2|x| + 1 & (II) \end{cases} \\ f(x) + xf(-x) &= 2|x| + 1 \end{aligned}$$

$$\underline{II - I} \rightarrow (1 + x^2) f(x) = 2(1 - x)|x| + 1 - x \Rightarrow f(x) = \frac{(1 - x)(2|x| + 1)}{1 + x^2}$$

۲- $S \Big|_K^r \Rightarrow R_y = \sqrt{(-\infty, 4]} = [0, 2]$ -۴

۳- $R_y = \log \mathbb{R} = (-\infty, +\infty)$

۴- $\square = \sin x \rightarrow \begin{cases} \sin x = -1 \rightarrow y = -\frac{1}{r} \\ \sin x = 1 \rightarrow y = -r \end{cases} \xrightarrow[\text{منهش}]{\text{مخرج غنینه}} R_y = [-r, -\frac{1}{r}]$ -۷