

$f(-x) - xf(x) = 2 x + 1 \Rightarrow f(-x) = 2 x + 1 + xf(x)$ $\rightarrow x \in \mathbb{R} \Rightarrow f(x) + xf(-x) = 2 x + 1 \xrightarrow{f(-x) = 2 x + 1 + xf(x)} f(x) + x(2 x + 1 + xf(x)) = 2 x + 1$ $\rightarrow f(x) + 2 x x + x + x^2 f(x) = 2 x + 1 \rightarrow f(x)(x^2 + 1) = 2 x (1-x) + 1 - x$ $\rightarrow f(x) = \frac{2 x (1-x) + 1 - x}{x^2 + 1} = \frac{(1-x)(2 x + 1)}{x^2 + 1}$	۱
$x=0 \rightarrow 2f(0) = 4 \rightarrow f(0) = 2$ $x^2 \in \mathbb{R} \Rightarrow f(x^2) + 2 = (x^2)^2 - 2(x^2) + 4 \rightarrow f(x^2) = x^4 - 2x^2 + 2$	۲
$y(x-1) = x^2 + x + 1 \Rightarrow yx - y = x^2 + x + 1 \Rightarrow x^2 + x(1-y) + 1+y = 0$ $\rightarrow x = \frac{(y+1) \pm \sqrt{(1-y)^2 - 4(1+y)}}{2} \rightarrow \Delta \geq 0 \rightarrow 1+y^2 - 2y - 4 - 4y \geq 0$ $\rightarrow y^2 - 4y - 3 \geq 0 \rightarrow (y-5)(y+1) \geq 0 \rightarrow R_f = (-\infty, -1] \cup [5, +\infty)$	۳
$x_0 = \frac{a}{f} \rightarrow y_{min} = 2\left(\frac{x_0}{14}\right) - 2\left(\frac{a}{f}\right) + 1 \Rightarrow y_{min} = \frac{x_0}{7} - \frac{a}{f} + \frac{1}{2} = -\frac{14}{a}$ $\rightarrow R = \left[-\frac{14}{a}, +\infty\right)$ $x_{max} = \frac{-4}{-r} = 4 \rightarrow y_{max} = f \rightarrow R = \sqrt{(-\infty, f)} \rightarrow R = [4, 7]$ $R_y = \sqrt{R} \rightarrow R = [0, +\infty)$ $R_y = \log(R) \rightarrow (-\infty, +\infty)$	۴
$R = \mathbb{R} - \left\{\frac{a}{e}\right\} \Rightarrow R = \mathbb{R} - \left\{\frac{1}{e}\right\}$ $R_f = [0, +\infty) - \left\{\frac{1}{e}\right\}$ $\frac{(\sqrt{x^2+3})^2 + 1}{\sqrt{x^2+3}} \rightarrow \sqrt{x^2+3} + \frac{1}{\sqrt{x^2+3}} \xrightarrow{\text{مقدار مثبت}} \left[\sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}, +\infty\right) \rightarrow \left[\frac{4\sqrt{3}}{3}, +\infty\right)$ $\xrightarrow{\text{تغییر}} t = -t + \frac{1}{t} \xrightarrow{\text{مقدار مثبت}} \left[-t + \frac{1}{t}, +\infty\right) \rightarrow \left[-\frac{1}{2}, +\infty\right)$	۵

$yx^r - y = x^r + f \rightarrow x^r(y - 1) = f + y \rightarrow x^r = \frac{f+y}{y-1} \rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{f+y}{y-1}}$ روش اصلی: $\frac{-4}{1-4} = \frac{3}{1-4}$ $\rightarrow R_f = (-\infty, -4] \cup (3, +\infty)$ به روش دیگر: $x^r \rightarrow x = +\infty \rightarrow 1$ $x^r \rightarrow x = 0 \rightarrow -4$ مخرج می تواند صفر شود $\Rightarrow (-\infty, -4] \cup (3, +\infty)$	۲ ۶
$\sin x \rightarrow -1 \rightarrow \frac{2}{-4} = -\frac{1}{2}$ $\sin x \rightarrow 1 \rightarrow \frac{4}{-1} = -4$ مخرج می تواند صفر شود $\Rightarrow R_f = [-4, -\frac{1}{2}]$	۲ ۷
$x \neq 0, y > 0 \rightarrow R_y = [0, +\infty) \setminus \{\frac{3}{4}\}$ صفحه بعد بزرگتر نوشتم الف) $\sqrt{\frac{9x-1}{x-1}} = y \rightarrow y = \sqrt{\frac{9(x-1)}{x-1}} \Rightarrow R_f = \{\frac{3}{2}\}$ ج	۵ ۸
$\begin{cases} x > 0 \rightarrow x(x-2) \\ x < 0 \rightarrow x(-x-2) \end{cases} \rightarrow$ $\rightarrow R_y = \mathbb{R}$	۲ ۹
② ① ③ حساب: $y = f(x) + 1$	۲ ۱۰

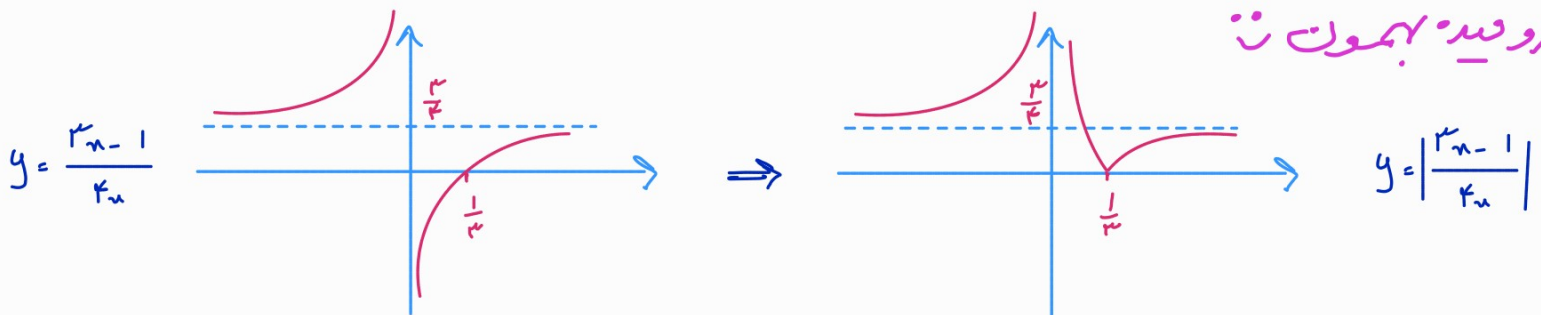
۸- اول برد عبارت داخل قدر مطلق
رد حساب می کنیم بعد قدر مطلق می گیریم

$$R_y = \left| R - \left\{ \frac{3}{4} \right\} \right| = [0 + \infty)$$

فقط حواس باشد که $y = \frac{3}{4}$ هم هست داخل برد

$y = -\frac{3}{4}$ عضو برد عبارت داخل قدر مطلق هست و وقتی قدر مطلق بگیریم $y = \frac{3}{4}$

روید به نمودار :



۱- جای n ، $-n$ قرار می دهیم و یک دستگاه می سازیم :

$$\begin{aligned} f(-n) - n f(n) &= 2|n| + 1 \xrightarrow{\times n} \begin{cases} n f(-n) - n^2 f(n) = 2n|n| + n & (I) \\ f(n) + n f(-n) = 2|n| + 1 & (II) \end{cases} \\ f(n) + n f(-n) &= 2|n| + 1 \end{aligned}$$

$$\underline{II - I} \rightarrow (1 + n^2) f(n) = 2(1 - n)|n| + 1 - n \Rightarrow f(n) = \frac{(1 - n)(2|n| + 1)}{1 + n^2}$$