

19, 2

(1) 1

$$f(-x) - x f(x) \leq r|x| + 1, f(x) \leq ?$$

$$\begin{aligned} x \leq 0 &\Rightarrow f(-x) - x f(x) \leq r|x| + 1 \xrightarrow{x(-x)} -x f(-x) + x^2 f(x) \leq r|x| - x \\ x > 0 &\Rightarrow f(x) + x f(-x) \leq r|x| + 1 \\ |x| &\leq -x \end{aligned}$$

$$(x+1) f(x) \leq (r-x)|x| - x + 1 \Rightarrow f(x) \leq \frac{r|x|(1-x) - x + 1}{1+x^2}$$

$$f(x) + f(0) \leq x^2 + x + 1, f(x^2) \leq ?$$

$$x \leq 0 \Rightarrow f(0) + f(0) \leq 1 \Rightarrow f(0) \leq \frac{1}{2}$$

$$x \leq x^2 \Rightarrow f(x^2) + x^2 \leq x^2 + x + 1 \Rightarrow f(x^2) \leq x^2 + x + 1$$

$$y \leq \frac{x^2 + x + 1}{x-1} \rightarrow yx - y \leq x^2 + x + 1$$

$$x^2 + (1-y)x + 1 - y \leq 0 \Rightarrow x \leq \frac{(1-y) \pm \sqrt{(1-y)^2 - 4(1-y)}}{2}$$

$$(1-y)^2 - 4(1-y) \geq 0$$

$$y^2 - 2y - 1 \geq 0 \Rightarrow y \leq -1 \text{ or } y \geq 2$$

$$\frac{-1}{+} \frac{2}{+}$$

$$R_y \leq (-\infty, -1] \cup [2, +\infty)$$

$$1) y \leq \frac{x^2 + x + 1}{x-1} \xrightarrow{a) 0} \text{ext} \left\{ \begin{aligned} y &\leq \frac{1}{1-x} \Rightarrow y \leq \frac{1}{1-x} \\ y &\leq \frac{x^2 + x + 1}{x-1} \Rightarrow y \leq \frac{x^2 + x + 1}{x-1} \end{aligned} \right.$$

$$y \leq \frac{x^2 + x + 1}{x-1} \Rightarrow y \leq \frac{x^2 + x + 1}{x-1} \Rightarrow R_y \leq \left[\frac{-1}{2}, +\infty \right)$$

$$2) y \leq \sqrt{-x^2 + x - 1} \xrightarrow{a) 0} \text{ext} \left\{ \begin{aligned} x &\leq \frac{y}{1-y} \Rightarrow x \leq \frac{y}{1-y} \\ y &\leq -x^2 + x - 1 \Rightarrow y \leq -x^2 + x - 1 \end{aligned} \right.$$

$$\Rightarrow (-\infty, 1] \Rightarrow R_y \leq [0, 1]$$

$$3) y \leq \sqrt{x^2 - 2x + 1} \rightarrow \sqrt{1} \Rightarrow R_y \leq [0, +\infty)$$

$$4) \log \frac{(x^2 - 2x + 1) + y}{1} \Rightarrow R_y \leq \mathbb{R}$$

با توجه به شکل نمودار بردار در فضای (0, +\infty) و (-\infty, +\infty) است

$$1) y \leq \frac{x+1}{x-1} \xrightarrow{ad \neq bc} R_y \leq \mathbb{R} - \left\{ \frac{1}{2} \right\}$$

$$2) y \leq \sqrt{\frac{x+1}{x-1}} \xrightarrow{ad \neq cb} \sqrt{1 - \{1\}} \Rightarrow R_y \leq [0, 2] - \{1\}$$

$$3) y \leq \frac{x^2 + 1}{\sqrt{x^2 + 1}} \xrightarrow{x^2 \text{ مقدار } 0} \sqrt{1} + \frac{1}{\sqrt{1}} \leq \frac{1}{\sqrt{1}} \Rightarrow R_y \leq \left[\frac{1}{\sqrt{1}}, +\infty \right)$$

$$4) y \leq x^2 + \frac{1}{x^2 + 1} + 1 - 1 = \frac{x^2 + 1}{x^2 + 1} + \frac{1}{x^2 + 1} - 1 \xrightarrow{x^2 \text{ مقدار } 0} \frac{1}{1} + \frac{1}{1} - 1 = 1 \Rightarrow R_y \leq \left[\frac{1}{2}, +\infty \right)$$

$$y \leq \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$$

$$\frac{0}{0} \Rightarrow \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \xrightarrow{x^2 = 0} \frac{1}{-1} = -1 \Rightarrow R_y \leq (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$$

$$2) y \leq \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \xrightarrow{x^2 = 0} \frac{1}{-1} = -1 \Rightarrow R_y \leq (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$$

برای جابجایی

$$f(x) = \frac{r \sin x + r}{\sin x - r} \xrightarrow{\frac{aQ+b}{cQ+d}} \frac{\sin x - 1}{\sin x + 1} \xrightarrow{\frac{-r+r}{-1-r} \leq \frac{r}{-r} \leq \frac{-1}{-r}} \frac{1}{r}$$

داخل روبرو

$$Ry \in \left[-\frac{3}{r}, \frac{1}{r}\right]$$

مخرج می تواند منفی باشد $-1 \leq \sin x \leq 1 \Rightarrow -r \leq \sin x - r \leq -2$

الف) $y = \left| \frac{3x-1}{x} \right| \xrightarrow{\frac{ad \neq bc}{\text{مخرج مثبت}}}$ $|R - \frac{1}{x}| \Rightarrow Ry \in [0, +\infty) - \left\{ \frac{1}{x} \right\}$

$R = \mathbb{R} - \left\{ \frac{1}{x} \right\}$

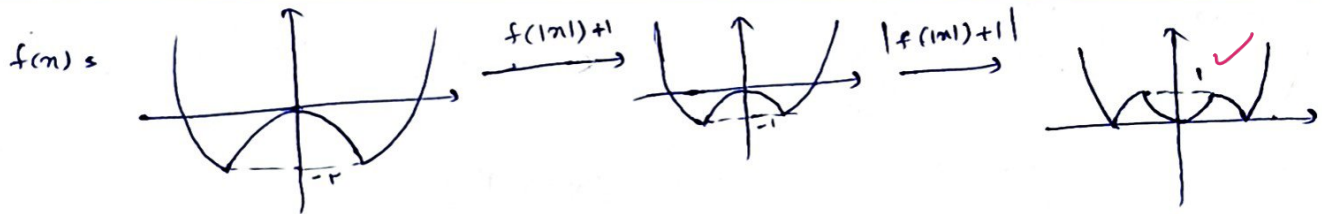
ب) $y = \sqrt{\frac{9x-11}{-x+2x}} = \sqrt{\frac{9(x-2)}{x(x-2)}} = \sqrt{\frac{9}{x}} = \frac{3}{\sqrt{x}} \Rightarrow Ry \in \left\{ \frac{3}{\sqrt{x}} \right\}$

$y = x|x| - 2x \xrightarrow{x(x-2)}$

$$y = x|x| - 2x \begin{cases} x^2 - 2x & x \geq 0 \rightarrow \text{ext} \begin{cases} 1 \\ -1 \end{cases} \\ -x^2 - 2x & x < 0 \rightarrow \text{ext} \begin{cases} 1 \\ -1 \end{cases} \end{cases}$$

او $x(x+2)$

$Ry \in \mathbb{R}$



۸- اول برد عبارت داخل قدر مطلق
 رد حساب می کنیم بعد قدر مطلق می گیریم
 فقط حواس باشد که $y = \frac{3}{x}$ هم هست داخل برد
 $y = -\frac{3}{x}$ عضو برد عبارت داخل قدر مطلق هست و وقتی قدر مطلق بگیریم $y = \frac{3}{x}$

