

سوال ۱

(۱۵)

$$\begin{aligned} \xrightarrow{x} f(-x) - xf(x) &= 2|x|+1 \xrightarrow{x \rightarrow -x} -xf(-x) + x^2 f(x) = -2|x| - x \\ \xrightarrow{-x} f(x) + xf(-x) &= 2|-x|+1 \quad xf(-x) + f(x) = 2|x|+1 \\ \rightarrow (1+x^2)f(x) &= \frac{2|-x|+1 - 2|x|-x}{2|x|} \rightarrow f(x) = \frac{1|x|(-x+1)-x}{1+x^2} \end{aligned}$$

سوال ۲

(۲)

$$\begin{aligned} f(x) + f(0) &= x^2 - 3x + 4 \xrightarrow{x=0} 2f(0) = 4 \rightarrow f(0) = 2 \\ \rightarrow f(x) + 2 &= x^2 - 3x + 4 \rightarrow f(x) = x^2 - 3x + 2 \xrightarrow{x^2} f(x^2) = x^4 - 3x^2 + 2 \end{aligned}$$

سوال ۳

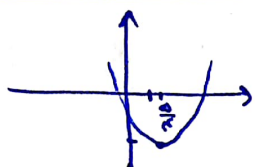
(۲)

$$\begin{aligned} y &= \frac{x^2+x+2}{x-1} \rightarrow xy - y = x^2+x+2 \rightarrow x^2+(1-y)x+2+y=0 \\ x &= \frac{-1+y \pm \sqrt{(1-y)^2 - 4y-8}}{2} \xrightarrow{\Delta \geq 0} (1-y)^2 - 4y - 8 \geq 0 \rightarrow y^2 - 4y - 7 \geq 0 \\ R_y &= (-\infty, -1] \cup [7, +\infty) \end{aligned}$$

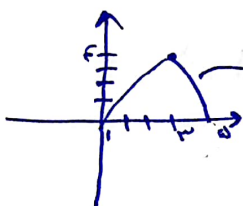
سوال ۴

(۱۵)

$$\begin{aligned} \text{الف) } y &= 2x^2 - 5x + 1 \\ x_2 &= \frac{5}{4} \\ y &= 2\left(\frac{5}{4}\right)^2 - \frac{5}{4} + 1 = \frac{25}{8} - \frac{5}{4} + \frac{1}{1} = \frac{-17}{8} \\ R_y &= \left[-\frac{17}{8}, +\infty\right) \end{aligned}$$



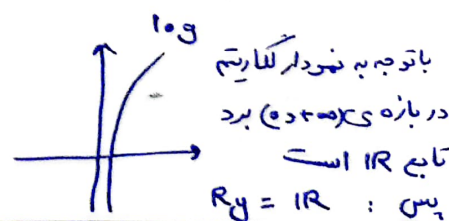
$$\begin{aligned} \text{ب) } y &= \sqrt{-x^2 + 4x - 5} \\ \frac{-4}{-2} &= 2 \\ -9 + 18 - 5 &= 4 \\ R &= [0, 4] \rightarrow R_y = [0, 2] \end{aligned}$$



$$\text{ج) } y = \sqrt{x^3 - 3x^2 + 6x + 1} \rightarrow \text{تابع چند جمله} \rightarrow R_y = [0, +\infty)$$

$\log R = \log(0, +\infty) = (-\infty, +\infty)$ **جاری داریم همیشه مثبت!**

$$\begin{aligned} \text{د) } y &= \log(x^3 - 4x^2 + 7x + 4) \\ \log \text{ تابع } \rightarrow R &= \mathbb{R} \rightarrow \text{از این بازه گاریم می گیریم} \end{aligned}$$



سوال ۵

(۲)

$$\text{الف) } y = \frac{3x+1}{2x-4} \rightarrow R = \mathbb{R} - \text{مجاانب انتی} \rightarrow R_y = \mathbb{R} - \left\{\frac{3}{2}\right\}$$

$$\text{ب) } y = \sqrt{\frac{4x+1}{x-2}} \rightarrow R = \mathbb{R} - \text{مجاانب انتی} \rightarrow R = \mathbb{R} - \{2\} \rightarrow R_y = [0, 2) \cup (2, +\infty)$$

$$\text{ج) } y = \frac{x^2+6}{\sqrt{x^2+3}} = \frac{x^2+3+3}{\sqrt{x^2+3}} = \sqrt{x^2+3} + \frac{3}{\sqrt{x^2+3}} \xrightarrow{\min(\sqrt{x^2+3}) = \sqrt{3}} \sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

$$\begin{aligned} R_y &= \left[\frac{4}{\sqrt{3}}, +\infty\right) \\ \text{د) } y &= x^2 + \frac{1}{x^2+4} \xrightarrow{\pm 4} x^2+4 + \frac{1}{x^2+4} - 4 \xrightarrow{\min(x^2+4)=4} 4 + \frac{1}{4} - 4 \rightarrow R_y = \left[\frac{1}{4}, +\infty\right) \end{aligned}$$

سوال (۶) (۲)

$$y = \frac{3x^2 + 4}{x^2 - 1} \xrightarrow{x \rightarrow \infty} -4 \quad \text{چون خارج صفر می شود}$$

$$\xrightarrow{x \rightarrow -\infty} 3 \quad \text{بردار خارج از این عدد است}$$

$$R_y = (-\infty, -4] \cup (3, \infty)$$

$$y = \frac{3x^2 + 4}{x^2 - 1} \rightarrow yx^2 - y = 3x^2 + 4 \rightarrow (y - 3)x^2 = 4 + y \rightarrow x^2 = \frac{4 + y}{y - 3}$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{4 + y}{y - 3}} \quad \frac{-4}{-3} \rightarrow R_y = (-\infty, -4] \cup (3, \infty)$$

سوال (۷) (۲)

$$f(x) = \frac{2 \sin x + 4}{\sin x - 3}$$

چون خارج صفر می شود $\frac{4}{-2} = -2$

پس بر این عدد است $\frac{2}{-4} = -\frac{1}{2}$

$$R_f = [-2, -\frac{1}{2}]$$

سوال (۸) (۱۵)

$$y = \left| \frac{3x - 1}{4x} \right|$$

چون خارج صفر می شود $\frac{3x - 1}{4x} \rightarrow \frac{3}{4}$

پس بر این عدد است $\frac{1}{4}$

$$R_y = [0, +\infty) - \left\{ \frac{3}{4} \right\}$$

ب) $y = \sqrt{\frac{9x - 18}{-8 + 4x}} \rightarrow \sqrt{\frac{9(x - 2)}{4(x - 2)}} = \frac{3}{2}$

$$R_y = \left\{ \frac{3}{2} \right\}$$

سوال (۹) (۲)

$$y = x|x| - 2x$$

$$-x^2 - 2x \quad | \quad x^2 - 2x$$

$$R_y = \mathbb{R}$$

سوال (۱۰) (۲)

$f(x)$

$f(|x|) + 1$

$y = |f(x)| + 1$

۱- بجای n ، $-n$ قرار می دهیم و یک دستگاه می سازیم:

$$\begin{aligned} f(-n) - n f(n) &= 2|n| + 1 \xrightarrow{\times n} \begin{cases} n f(-n) - n^2 f(n) = 2n|n| + n & (I) \\ f(n) + n f(-n) = 2|n| + 1 & (II) \end{cases} \\ f(n) + n f(-n) &= 2|n| + 1 \end{aligned}$$

$$\underline{II - I} \rightarrow (1 + n^2) f(n) = 2(1 - n)|n| + 1 - n \Rightarrow f(n) = \frac{(1 - n)(2|n| + 1)}{1 + n^2}$$

۴- جلوی تعریف همیشه قبشه! $\log R = \log(0, +\infty) = (-\infty, +\infty)$ د)

۸- اول برد عبارت داخل قدر مطلق
رو حساب می کنیم بعد قدر مطلق می گیریم

$$R_y = |R - \{\frac{3}{4}\}| = [0, +\infty)$$

فقط حواس باشد که $y = \frac{3}{4}$ هم هست داخل برد

$y = -\frac{3}{4}$ عضو برد عبارت داخل قدر مطلق هست و وقتی قدر مطلق بگیریم $y = \frac{3}{4}$

روید به نمودار:

