

الف) $y = \frac{|u|+1}{|u|-2} \Rightarrow y|u|-2y = |u|+1 \Rightarrow y|u| = |u|+1+2y \Rightarrow |u|(y-1) = 1+2y \Rightarrow |u| = \frac{1+2y}{y-1}$
 که عبارت جبری قدر مطلق همواره مثبت است $\Rightarrow \frac{1+2y}{y-1} \geq 0 \Rightarrow (-\infty, -\frac{1}{2}] \cup (1, +\infty)$ جواب

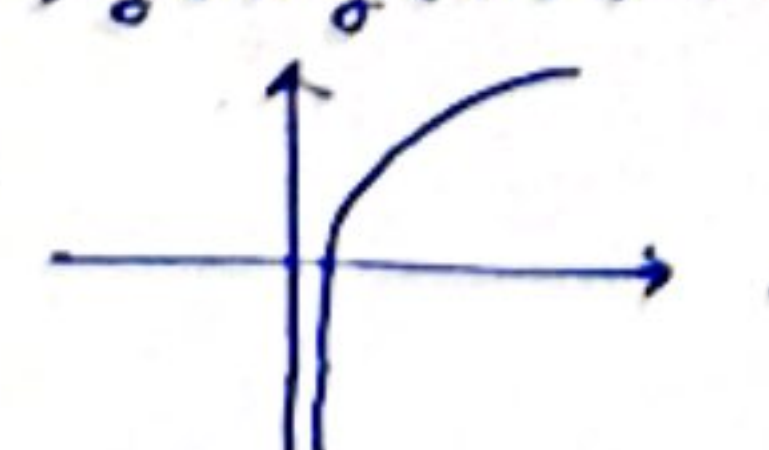
ب) $y = \frac{u^2+1}{|u|} \Rightarrow y = \frac{|u|^2+1}{|u|} \Rightarrow |u| + \frac{1}{|u|} \rightarrow \frac{1}{|u|} \geq 0 \Rightarrow R_y = [2, +\infty)$
 که جواب

$y = \frac{u^2+2u-2}{u+3} \Rightarrow yu+3y = u^2+2u-2 \Rightarrow u^2-yu+2u-3y-2=0 \Rightarrow u^2+(2-y)u-3y-2=0 \Rightarrow$
 $u = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow \Delta \geq 0 \Rightarrow b^2-4ac \geq 0 \Rightarrow (2-y)^2 - (4 \times 1 \times (-3y-2)) = 4+y^2-4y+12y+8 = y^2+8y+12 \geq 0$
 $\Rightarrow (y+2)(y+6) \geq 0 \Rightarrow \frac{-2}{+} - \frac{6}{-} \Rightarrow R_y = (-\infty, -2] \cup [-6, +\infty)$ که جواب

$f(u) = \frac{u^2-u+\frac{1}{2}}{u^2-u+1} \Rightarrow D_f \Rightarrow u^2-u+1 \neq 0 \Rightarrow \Delta = b^2-4ac = 1 - (2 \times 1 \times 1) = -3 < 0 \Rightarrow$ عبارت ریاضی حقیقی ندارد $9a > 0$
 $\Rightarrow D_f = \mathbb{R} \rightarrow$ جواب
 $y = \frac{u^2-u+\frac{1}{2}}{u^2-u+1} \Rightarrow yu^2-yu+y = u^2-u+\frac{1}{2} \Rightarrow yu^2-u^2-yu+u+y-\frac{1}{2}=0 \Rightarrow u^2(y-1)+(1-y)u+y-\frac{1}{2}=0$
 $\Rightarrow u = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow \Delta \geq 0 \Rightarrow b^2-4ac \geq 0 \Rightarrow y^2+1-2y - (2(y-1)(y-\frac{1}{2})) = -4y(y-1) \geq 0$
 که y نباید منفی باشد زیرا در خروجی است $\Rightarrow y \geq 0 \Rightarrow R_y = [0, 1]$ جواب

الف) $y = \sqrt{-u^2+4u-1} \Rightarrow y' = -u^2+4u-1 \geq 0 \Rightarrow -u^2+4u-1 \geq 0 \Rightarrow u^2-4u+1 \leq 0 \Rightarrow \frac{b}{2a} = 2 \Rightarrow$
 $y_c = -(2)^2+4 \times 2-1 = 3 \Rightarrow a < 0 \rightarrow \max \Rightarrow R_y = (-\infty, 3] \Rightarrow R_y = [0, 3]$ که جواب

ب) $y = \sqrt{2u^2-8u} \Rightarrow y' = 2u^2-8u \rightarrow \text{ext} \begin{cases} u = \frac{b}{2a} = \frac{4}{2} = 2 \\ y = 2(2)^2-8 \times 2 = -8 \end{cases} \rightarrow u \geq 0 \rightarrow \min \Rightarrow R_y = [-8, +\infty)$
 $\Rightarrow R_y = [-2, +\infty)$ که جواب

الف) $y = \log(u^3-u+18) \rightarrow y' = u^3-u+18 \rightarrow$ * مانده یون جبری $\log$ باید بزرگتر از صفر باشد از آنجایی که $\log$ از $\mathbb{R}$ بازه $(0, +\infty)$ مقبول است
 $\Rightarrow$  $\rightarrow$ $\log \rightarrow [0, +\infty)$ پس $\Rightarrow R_y = (-\infty, +\infty) \cup \mathbb{R}$ که جواب

ب) $y = \log(\frac{u^2+1}{u}) \rightarrow y' = \frac{u^2+1}{u} \Rightarrow y' = u + \frac{1}{u} \rightarrow$ * جبری $\log$ باید بزرگتر از صفر باشد از آنجایی که $\log$ از $\mathbb{R}$ بازه $(0, +\infty)$ مقبول است
 $\Rightarrow R_y = [1, +\infty)$ که جواب

الف) $y = |2u-1| - |u-3| \rightarrow$

$u=1$ $u=3$

$y = -u-1$ $y = u-5$ $u > 3$

جواب: $Ry = [-2, +\infty)$

ب) $y = |u-3| + |u+1| \rightarrow$

$u=3$ $u=-1$

جواب: $Ry = [2, +\infty)$

$|u-2| - |2u+2| \leq 1$

$u=2$ $u=-1$

برای این مسأله:

- فصل بندی کردیم
- مشتق هر قسمت را با هم برابر کردیم
- از هر دو طرف علامت گرفتیم

شماره ۱: $u < -1 \Rightarrow u+2 \leq 1 \Rightarrow u \leq -3 \Rightarrow u < -1 \cap u \leq -3 \Rightarrow u < -3$

شماره ۲: $-1 < u < 2 \Rightarrow -2u \leq 1 \Rightarrow u \geq -\frac{1}{2} \Rightarrow -1 < u < 2 \cap u \geq -\frac{1}{2} \Rightarrow -\frac{1}{2} \leq u < 2$

شماره ۳: $u > 2 \Rightarrow -u-2 \leq 1 \Rightarrow -u \leq 3 \Rightarrow u \geq -3 \Rightarrow u > 2 \cap u \geq -3 \Rightarrow u > 2$

جواب: $(-\infty, -3] \cup [-\frac{1}{2}, 2) \cup (2, +\infty)$

$y = 3u - |2u+1| + |u| \Rightarrow$

$u = -\frac{1}{2}$ $u = 0$

جواب: $Ry = \mathbb{R}$

الف) $y = [u] + [3-u] = y = [u] + [-u] + 3 \Rightarrow$

① $y = [u] + [-u]$

جواب: $Ry = \{2, 3\}$

ب) $y = 3u - [u] \Rightarrow -2 \leq u < -1 \Rightarrow [u] = -2 \Rightarrow 3u + 2 = y$

$-1 \leq u < 0 \Rightarrow [u] = -1 \Rightarrow 3u + 1 = y$

$0 \leq u < 1 \Rightarrow [u] = 0 \Rightarrow 3u = y$

$1 \leq u < 2 \Rightarrow [u] = 1 \Rightarrow y = 3u - 1$

$u \geq 2 \Rightarrow [u] = 2 \Rightarrow y = 3u - 2$

جواب: $Ry = [0, 3)$

الف) $y = \sin^2 u - \sin u + 1$

$\sin u = -1 \Rightarrow y = (-1)^2 - (-1) + 1 = 3$

$\sin u = \frac{1}{2} \Rightarrow y = (\frac{1}{2})^2 - \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{4}$

$\sin u = 1 \Rightarrow y = 1 - 1 + 1 = 1$

جواب: $Ry = [\frac{3}{4}, 3]$

ب) $y = \sin^2 u + \sin u + 1$

$\sin u = 0 \Rightarrow y = 0 + 0 + 1 = 1$

$\sin u = -\frac{1}{2} \Rightarrow y = (-\frac{1}{2})^2 - \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{4}$

$\sin u = 1 \Rightarrow y = 1 + 1 + 1 = 3$

جواب: $Ry = [1, 3]$