

سوال ۱

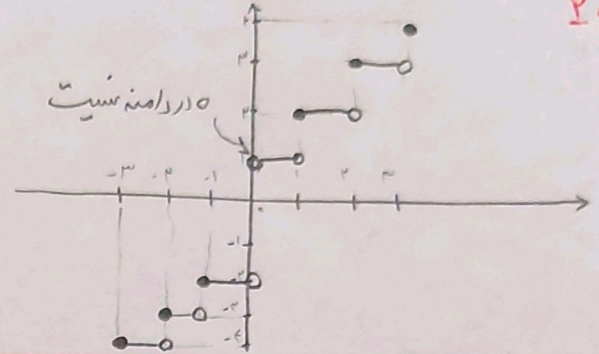
الف) $f(x) = \sqrt{\sin^2(x + \frac{\pi}{4})} - 1 \Rightarrow 0 \leq \sin^2 \leq 1 \Rightarrow -1 \leq f(x) \leq 1 \Rightarrow R = [-1, 1]$

ب) $g(x) = \sqrt{\cos^3 x} - 2 \Rightarrow -3 \leq \cos^3 x \leq 3 \Rightarrow -\sqrt[3]{3} \leq g(x) \leq -1 \Rightarrow R = [-\sqrt[3]{3}, -1]$

سوال ۲

$y = \frac{x}{|x|} + [x] \quad [-3, 3] \quad x=3 \rightarrow y=4$

$-3 < x < -2 \rightarrow -1 - 3 = -4$
 $-2 < x < -1 \rightarrow -1 - 2 = -3$
 $-1 < x < 0 \rightarrow -1 - 1 = -2$
 $0 < x < 1 \rightarrow 1 + 0 = 1$
 $1 < x < 2 \rightarrow 1 + 1 = 2$
 $2 < x < 3 \rightarrow 1 + 2 = 3$



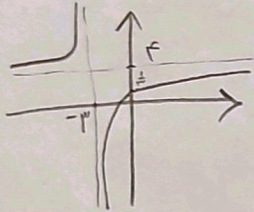
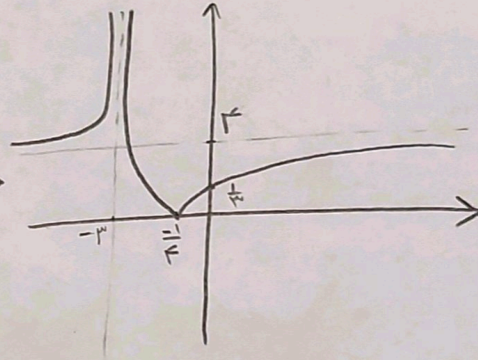
سوال ۳

$y = \left| \frac{2x+1}{x+3} \right|$

مجاانب قائم $= -3$

$y = \frac{2x+1}{x+3} \rightarrow$ مجاانب افقی $= 2$

قرمهعلق $\Rightarrow$

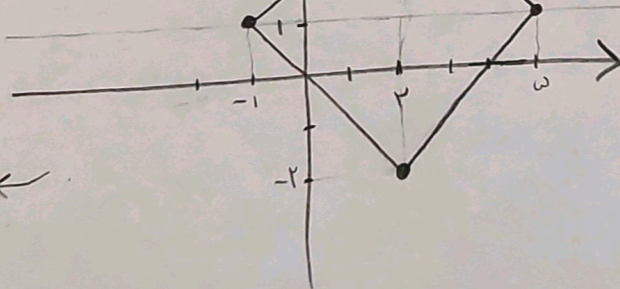


سوال ۴

$|x-2| + |y-1| = 3$

$2-x+y-1=3$
 $y-x=2$
 $\begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}$

←



«مربع است»

$x-2+y-1=3$
 $x+y=6$
 $\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$ و $\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}$

$2-x-y+1=3$
 $y=-x$
 $\begin{vmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}$ و $\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$

←

$x-2-y+1=3$
 $x-y=4$
 $\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$ و $\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}$

سوال ۵

الف) $f(x) = x + \frac{1}{x} + 2\sqrt{x + \frac{1}{x}} \Rightarrow t + 2\sqrt{t} \Rightarrow R_f = [2 + 2\sqrt{2}, +\infty)$

$R: [2 + 2\sqrt{2}, +\infty)$ ← با t برابر باشد

با دامنه $(2, +\infty)$

$t=2 \rightarrow y=2+2\sqrt{2}$
 و با افزایش t و با افزایش y

ب) $y = (3 - \sin x)(1 + \sin x) \rightarrow -\sin^2 x + 2\sin x + 3 \rightarrow \begin{cases} \max \square = 4 \rightarrow -1 + 2 + 3 = 4 \\ \min \square = 0 \rightarrow -1 - 2 + 3 = 0 \\ -\frac{b}{2a} = \frac{-2}{-2} = 1 \Rightarrow 4 \end{cases} \Rightarrow R = [0, 4]$

؟: مجموع تمام اعداد صحیح

اعداد طبیعی یک رقیب داشته

$$f(x) = -\frac{1}{3}x + 1$$

$$1 + 2 + \dots + 9 = \frac{9 \times 10}{2} = 45$$

$$\{1, 2, \dots, 9\}$$

$$f(1) + f(2) + \dots + f(9) = -\frac{1}{3}(1+2+\dots+9) + 9 \times 1 = -15 + 9 = \boxed{75}$$

$$f(x) = \sqrt{ax^2 + bx + c}, \quad x \in [2, +\infty), \quad f(2) = 1, \quad g(x) = \sqrt{bx^2 + ax - 2c}$$

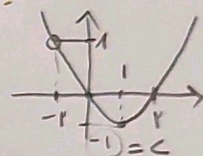
درجه دوم می توان اینگونه نوشت
 می $a=0$ تا به این شکل به
 فرم خطی شود

$$g(x) = \sqrt{x^2 + 4} \Rightarrow R_g = [2, +\infty)$$

$$f(x) = \sqrt{bx^2 + c} \Rightarrow \begin{cases} 2b + c = 0 \\ 3b + c = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 1 \\ c = -2 \end{cases}$$

$$f(x) = \frac{x^3 - f_n}{x + 2} \quad D: \mathbb{R} - \{a, b\} \quad R: [c, +\infty) - \{1\} \quad f\left(\frac{a+b}{2c}\right) = ?$$

$$f(x) = \frac{x(x-2)(x+2)}{x+2} \rightarrow a \leq b = -2 \rightarrow f(x) = x^2 - 2x$$

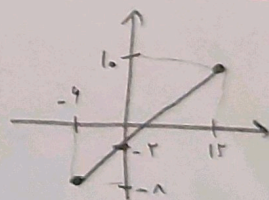


چون $\{1\}$ از بهر حذف شده و این سری به اضافی $\{2\}$ و $\{4\}$ می شود پس باید 4 را هم از دامنه حذف کنیم

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 4 \\ c = -1 \end{cases} \Rightarrow f\left(\frac{-2+4}{-2}\right) = f(-1) = \boxed{3}$$

$$y = \sqrt[3]{x^3 + ax^2 + bx - 1} \quad D: [a, b] \quad R: ?$$

$$\text{چون لفته تابع خطی است} \Rightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = 12 \end{cases} \Rightarrow y = \sqrt[3]{(x-2)^3} = x - 2 \quad D: [-4, 12]$$



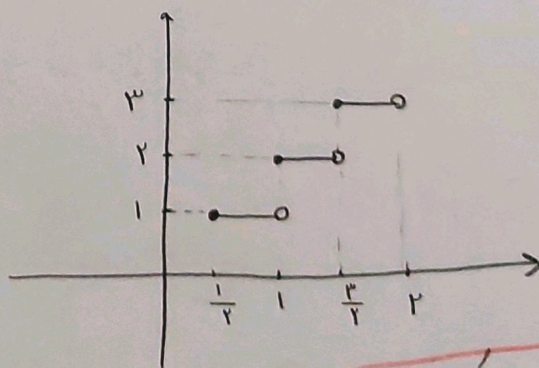
$$R: [-1, 10]$$

$$y = [x] + \left[x + \frac{1}{2}\right] \quad \left[\frac{1}{2}, 2\right)$$

$$\frac{1}{2} < x < 1 \rightarrow 0 + 1 = 1$$

$$1 < x < \frac{3}{2} \rightarrow 1 + 1 = 2$$

$$\frac{3}{2} < x < 2 \rightarrow 1 + 2 = 3$$



از ۳ باره خط تشکیل شده است