

14, 10

کتابچه مسائل و تمرینات

«مجموعه»

4/10

الف) $y^3 - 2x^2 = 2x - 1 \Rightarrow y^3 = 2x^2 + 2x - 1 \Rightarrow x_1 = x_2 \begin{cases} y_1^3 = 2x_1^2 + 2x_1 - 1 \\ y_2^3 = 2x_2^2 + 2x_2 - 1 \end{cases} \Rightarrow y_1^3 = y_2^3 \Rightarrow y_1 = y_2 \checkmark$
 سوال 10
 در کتب و کتابخانه

ب) $x \cos y = y \cos x$

ج) $\frac{x+y}{2} = \sqrt{xy} \quad x, y > 0$

$\Rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{y} \Rightarrow x = y$

$x + y = 2\sqrt{xy} \Rightarrow x - 2\sqrt{xy} + y = 0 \Rightarrow (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 = 0 \Rightarrow \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0 \Rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{y} \Rightarrow x = y$
 نقطه نقطه | صحت
 در کتب و کتابخانه

د) $x^2y^2 + 2x - y^3 - 2y = 0 \xrightarrow{\text{تبدیل}} x = 0 \Rightarrow -y^3 - 2y = 0 \Rightarrow -y(y^2 + 2) = 0 \Rightarrow y = 0 \text{ or } y = \pm\sqrt{2}$
 $x(y^2 + 2) - y(y^2 + 2) = 0 \Rightarrow (y^2 + 2)(x - y) = 0 \Rightarrow x = y$

$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - b & |x - 1| \geq 2 \\ a + 2x & -3 \leq x \leq -1 \end{cases}$

$a + b = ?$

$|x - 1| \geq 2 \Rightarrow x - 1 \geq 2 \Rightarrow x \geq 3$

$x - 1 \leq -2 \Rightarrow x \leq -1$
 اینصورت ضابطه در هر دو
 برابر است پس باید در هر دو
 جواب یکسان بود

$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - b & x \geq 3 \\ a + 2x & -3 \leq x \leq -1 \\ 2x^2 - b & x \leq -1 \end{cases}$

$x = -1 \Rightarrow 2(-1)^2 - b = a - 2 \Rightarrow 2 - b = a - 2 \Rightarrow a + b = 4$

$f(x) = \sqrt{a - bx - x^2}$

$\begin{matrix} b & a \\ - & + \\ - & - \end{matrix}$

سوال 13 a, b رتبه‌های مساوی زیر را بدین آید

$D_f = [b, a]$

$x = b \Rightarrow \sqrt{a - b^2 - b^2} \Rightarrow a - 2b^2 = 0 \Rightarrow a = 2b^2$

$x = a \Rightarrow \sqrt{a - ba - a^2} = 0 \Rightarrow a(1 - b - a) = 0 \xrightarrow{a = 2b^2} -2b^2(2b^2 + b - 1) = 0 \Rightarrow -2b^2(b + 1)(2b - 1) = 0$

$\text{اگر } b = 0 \Rightarrow a = 0$ $\text{اگر } b = \frac{1}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{2}$ $\text{اگر } b = -1 \Rightarrow a = 2$
 $b \in \mathbb{Z} \quad a \neq 0 \Rightarrow a + b = 2 - 1 = 1$

$y = \frac{r}{\sqrt{ax^2 + bx + c}}$

$ra + c - r|b| = ?$

2

سوال 14

$D_f = (-\infty, 2)$

$\Rightarrow a = 0 \Rightarrow bx + c > 0 \Rightarrow x < -\frac{c}{b} \Rightarrow x < 2 \Rightarrow -\frac{c}{b} = 2 \Rightarrow c = -2b$
 $a = 0, c = -2b$

$ra + c - r|b| = 0 - 2b - 2b = -4b \xrightarrow{b \neq 0} -4b + 2b = -2b$

تغییر یابی

موضوع

الف) $f(x) = \sqrt[4]{\frac{1}{|x| - [x]}}$ $\Rightarrow \mathbb{R} - \{\text{عدد صحیح}\} \Rightarrow \text{عدد صحیح} = |x| - [x] = 0 \Rightarrow |x| = [x]$

سوال ۱

۱

$D_f = \mathbb{R} - \{n \mid n \in \mathbb{Z}, n \geq 0\}$

ب) $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{y} = 9 \quad I \rightarrow \sqrt{y} = 9 - \sqrt{x} \Rightarrow y = (9 - \sqrt{x})^2 \Rightarrow 1 - \sqrt{x} \geq 0$
 $\Rightarrow \sqrt{x} \leq 1 \Rightarrow x \leq 1$

۱

$\mathbb{I} \rightarrow \sqrt{x} \Rightarrow x \geq 0 \Rightarrow [0, +\infty) \cap (-\infty, 1] = [0, 1]$

D_f

الف) $f(x) = \sqrt{\log \frac{x^{2n}-1}{n}}$ $I \quad x^{2n}-1 > 0 \Rightarrow x > \frac{1}{x}$

سوال ۴

۴

$\mathbb{I} \quad x > 0 \quad \mathbb{II} \quad \log \frac{x^{2n}-1}{n} \geq 0 \Rightarrow x^{2n}-1 \geq 1 \Rightarrow x \geq \frac{1}{x} \Rightarrow I \cap \mathbb{II} \cap \mathbb{I} = [\frac{1}{x}, +\infty)$

$x \neq 1$

x

0

ب) $f(x) = \log \frac{1}{4 + \sqrt{|x|} - |x|}$

$\mathbb{I} \quad \frac{1}{4 + \sqrt{|x|} - |x|} \geq 0 \quad \sqrt{|x|} = t \Rightarrow \frac{1}{-t^2 + t + 4} \geq 0 \Rightarrow (t^2 - t - 4) \leq 0 \Rightarrow (t - 4)(t + 1) \leq 0$

۱

$\Rightarrow \frac{-r}{-q + p} \Rightarrow t \in (-1, 4) \Rightarrow \sqrt{|x|} \in (0, 4) \Rightarrow D_f \in (-16, 16)$

$y = \sqrt{\frac{rx+r}{n+b}} + a$

$\frac{rx+r}{n+b} + a \geq 0 \Rightarrow \frac{rx+r+an+ab}{n+b} \geq 0 \Rightarrow \frac{(r+a)n + (r+ab)}{n+b} \geq 0$

سوال ۷

۷

$b_f = (r, +\infty)$

$b = r$

$\Rightarrow \frac{r}{-b} + \frac{r}{b} \Rightarrow r+a=0 \Rightarrow a=-r$

$n+b \xrightarrow{n=r} 4b=0 \Rightarrow b=-r$

$y = \sqrt{f(x) - x + 1}$

$f(x) = \begin{cases} x^{2n-1} & ; [x] > r \\ x^{2n+1} & ; [x] \leq r \end{cases}$

سوال ۱۱

$\begin{cases} \sqrt{x^{2n-1} - x + 1} = \sqrt{x} : [x] > r \rightarrow x \geq 0 \cap x \geq 0 \Rightarrow [0, +\infty) \\ \sqrt{x^{2n+1} - x + 1} = \sqrt{x^{2n+1}} : [x] \leq r \rightarrow x \geq -\frac{1}{x} \cap x < 0 \Rightarrow [-\frac{1}{x}, 0) \end{cases}$

۱۱

$D_f = [-\frac{1}{x}, 0) \cup [0, +\infty) = [-\frac{1}{x}, +\infty)$

کاملاً پیرا حسی

نہیں ہے

$$y = \frac{r x^n + c x^n + 1 \lambda n + c}{(x^n + x^{n+1})^r} \Rightarrow D_f = p$$

① سوال

(2)

$$y = \frac{r(\lambda x^n + 1) + 1 \lambda n(x^{n+1})}{(x^{n+1})^r} = \frac{r(x^{n+1})(\lambda x^n - r n + 1) + 1 \lambda n(x^{n+1})}{(x^{n+1})^r}$$

$$\Rightarrow \frac{(x^{n+1})(\lambda x^n - r n + 1 + 1 \lambda n)}{(x^{n+1})^r} = \frac{(x^{n+1}) x^n (x^{n+1})^r}{(x^{n+1})^r} \Rightarrow \frac{x(x^{n+1})^r}{(x^{n+1})^r}$$

$$\Rightarrow 18 - \{ \text{جواب} \} \Rightarrow \boxed{D_f = 18 - \left\{ -\frac{1}{r} \right\}}$$

$$\hookrightarrow r n + 1 = 0 \Rightarrow n = -\frac{1}{r}$$

② سوال

Q