

الف) $y^3 - 2x^2 = 2x - 1 \Rightarrow y^3 = 2x^2 + 2x - 1 \Rightarrow x_1 = x_2 \begin{cases} y_1^3 = 2x_1^2 + 2x_1 - 1 \\ y_2^3 = 2x_2^2 + 2x_2 - 1 \end{cases} \Rightarrow y_1^3 = y_2^3 \Rightarrow y_1 = y_2$
 صحیح است ✓

ب) $x \cos y = y \cos x$

ج) $\frac{x+y}{y} = \sqrt{xy} \quad x, y > 0$

$x+y = 2\sqrt{xy} \Rightarrow x - 2\sqrt{xy} + y = 0 \Rightarrow (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 = 0 \Rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{y} \Rightarrow x = y$
 نقطه نقطه صحت ✓
 در کثرت و با حاشیه ✓
 پس عدد و باید متن باشد

د) $xy^2 + 2x - y^3 - 2y = 0 \xrightarrow{\text{تفکیک}} x=0 \Rightarrow -y^3 - 2y = 0 \Rightarrow -y(y^2 + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} y=0 \\ y=-\sqrt{2} \\ y=\sqrt{2} \end{cases}$ صحیح نیست ✗

$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - b & |x-1| \geq 2 \\ a + 2x & -3 \leq x \leq -1 \end{cases} \quad a+b=?$

$|x-1| \geq 2 \Rightarrow x-1 \geq 2 \Rightarrow x \geq 3$

$x-1 \leq -2 \Rightarrow x \leq -1$
 اینصورت ضابطه در هر دو برابر است پس باید در هر دو جواب یکسان بود

$x=-1 \Rightarrow 2(-1)^2 - b = a - 2 \Rightarrow 2 - b = a - 2 \Rightarrow a+b=4$

$f(x) = \sqrt{a-bx-x^2}$

$\begin{array}{c} b \quad a \\ \hline - \quad + \quad - \end{array}$

صورت ۳) a, b رتبه صافی معادله زیر را بدین آید

$D_f = [b, a]$

$x=b \Rightarrow \sqrt{a-b^2-b^2} \Rightarrow a-2b^2=0 \Rightarrow a=2b^2$

$x=a \Rightarrow \sqrt{a-ba-a^2} = 0 \Rightarrow a(1-b-a)=0 \xrightarrow{a=2b^2} -2b^2(2b^2+b-1)=0 \Rightarrow -2b^2(b+1)(2b-1)=0$

اگر $b=0 \Rightarrow a=0$ اگر $b=\frac{1}{2} \Rightarrow a=\frac{1}{2}$ اگر $b=-1 \Rightarrow a=2$
 $b \in \mathbb{Z} \quad a \neq 0 \Rightarrow a+b=2-1=1$

۴) $y = \frac{2}{\sqrt{ax^2+bx+c}} \quad 3a+c-2|b|=?$

صورت ۴)

$D_f = (-\infty, 2)$

$\Rightarrow a=0 \Rightarrow bx+c > 0 \Rightarrow x < -\frac{c}{b} \Rightarrow x < 2 \Rightarrow -\frac{c}{b} = 2 \Rightarrow c = -2b \xrightarrow{a=0, c=-2b}$

$3a+c-2|b| = 0-2b-2b \xrightarrow{b \neq 0} -4b = 0 \Rightarrow b=0$

تابعی را بیابید

مجموعه دامنه

الف) $f(x) = \sqrt[4]{\frac{1}{|x| - [x]}}$ $\Rightarrow \mathbb{R} - \{ \text{اعداد صحیح} \} \Rightarrow |x| - [x] = 0 \Rightarrow |x| = [x]$ سوال ۱۰

$\Rightarrow$ x صحیح و منفی یا صفر

$D_f = \mathbb{R} - \{n \mid n \in \mathbb{Z}, n \geq 0\}$

ب) $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{y} = 9 \quad I \rightarrow \sqrt{y} = 9 - \sqrt{x} \Rightarrow y = (9 - \sqrt{x})^2 \Rightarrow \frac{1 - \sqrt{x}}{9} \geq 0$

$II \rightarrow \sqrt{x} \Rightarrow x \geq 0 \Rightarrow [0, +\infty) \cap (-\infty, 1] = [0, 1]$ $x \leq 1$ $\Rightarrow \sqrt{x} \leq 1$

D_f

الف) $f(x) = \sqrt{\log \frac{x^{m-1}}{m}}$ $I \quad x^{m-1} > 0 \Rightarrow x > \frac{1}{x}$ سوال ۹

$II \quad x > 0 \quad III \quad \log \frac{x^{m-1}}{m} \geq 0 \Rightarrow x^{m-1} \geq 1 \Rightarrow x \geq \frac{1}{x} \Rightarrow I \cap II \cap III = [\frac{1}{x}, +\infty)$

ب) $f(x) = \log \frac{1}{4 + \sqrt{|x|} - |x|}$

$\mathbb{L} \Rightarrow \frac{1}{4 + \sqrt{|x|} - |x|} \geq 0 \quad \sqrt{|x|} = t \Rightarrow \frac{1}{-t^2 + t + 4} \geq 0 \Rightarrow (t^2 - t - 4) \leq 0 \Rightarrow (t - 4)(t + 1) \leq 0$

$\Rightarrow \frac{-1}{-4} \leq t \leq \frac{4}{-1} \Rightarrow t \in (-1, 4) \Rightarrow \sqrt{|x|} \in (0, 4) \Rightarrow D_f \in (-16, 16)$

$y = \sqrt{\frac{rx+r}{x+b}} + u$

$\frac{rx+r}{x+b} + u \geq 0 \Rightarrow \frac{rx+r+u(x+b)}{x+b} \geq 0 \Rightarrow \frac{(r+u)x + (r+ub)}{x+b} \geq 0$ سوال ۷

$b_f = (r, +\infty)$

$b = r$

$\Rightarrow \frac{r}{-b} + \frac{r}{b} \Rightarrow r+a=0 \Rightarrow a=-r$

$x+b \xrightarrow{x=r} ub=0 \Rightarrow b=-r$

$y = \sqrt{f(x) - x + 1}$

$f(x) = \begin{cases} x^{m-1} & ; [x] > r \\ x^{m+r} & ; [x] \leq r \end{cases}$

سوال ۱۱

$\begin{cases} \sqrt{x^{m-1} - x + 1} = \sqrt{x} : [x] > r \rightarrow x \geq 0 \cap x \geq 0 \Rightarrow [0, +\infty) \\ \sqrt{x^{m+r} - x + 1} = \sqrt{x^{m+r}} : [x] \leq r \rightarrow x \geq -\frac{1}{x^m} \cap x < 0 \Rightarrow [-\frac{1}{x^m}, 0) \end{cases}$

$D_f = [-\frac{1}{x^m}, 0) \cup [0, +\infty) = [-\frac{1}{x^m}, +\infty)$

مشتق بر حسب x

در $x = 1$

$$y = \frac{r x^r + r x^{r-1} + 1}{(x^r + x + 1)^r} \Rightarrow D_f = P$$

سوال ①

$$y = \frac{r(x^r + 1) + 1 \cdot x(r-1)}{(x^r + x + 1)^r} = \frac{r(x^r + 1) + (r-1)x}{(x^r + x + 1)^r}$$

$$\Rightarrow \frac{(r^2 + 1)(x^r - x) + r x}{(x^r + x + 1)^r} = \frac{(r^2 + 1)x^r - (r^2 - 1)x}{(x^r + x + 1)^r} \Rightarrow \frac{r^2(x^r - x)}{(x^r + x + 1)^r}$$

$$\Rightarrow 18 - \{ \text{مخرج} \} \Rightarrow \boxed{D_f = 18 - \left\{ -\frac{1}{r} \right\}}$$

$$\hookrightarrow r x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{r}$$

سوال ②