Date No

۱۹,۷۵

آیلا فیروزنیا

۲

۱-

الف) $y^3 - 2x^2 = 2x - 1$

۰/۵

$$\begin{cases} y_1^3 = 2x_1^2 + 2x_1 - 1 \\ y_2^3 = 2x_2^2 + 2x_2 - 1 \end{cases} \xrightarrow{x_1 = x_2} y_1^3 = y_2^3 \rightarrow y_1 = y_2$$

تابع هست.

۰/۵ ب) $x\cos y = y\cos x$ (مثال نقض)

$$\xrightarrow{x=\frac{\pi}{2}} \frac{\pi}{2}\cdot\cos y = \underbrace{y\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)}_{y\times 0 = 0} \rightarrow \frac{\pi}{2}\cos y = 0 \rightarrow \cos y = 0$$

$$\rightarrow y = \left\{k\pi \pm \frac{\pi}{2}\right\} \rightarrow x = \frac{1}{2},\ y \in \left\{k\pi \pm \frac{\pi}{2}\right\}$$

تابع نیست.

ج) $\frac{x+y}{2} = \sqrt{xy}$ $\quad x, y > 0 \rightarrow x + y = 2\sqrt{xy}$

۰/۵

$$\xrightarrow{\text{به توان } 2} (x+y)^2 = 4\sqrt{xy} \rightarrow x^2 + y^2 + 2xy = 4xy$$

$$x^2 + y^2 - 2xy = 0 \rightarrow (x-y)^2 = 0$$

$$\rightarrow x = y$$

تابع هست.

د) $xy^2 + 2x - y^3 - 2y = 0 \rightarrow x(y^2+2) - y(y^2+2) = 0$

۰/۵

$$(x-y)\underbrace{(y^2+2)}_{\text{همواره بزرگتر مساوی } 2} = 0 \rightarrow x = y \rightarrow$$ تابع هست

آیلا فیروزنیا

۲. $|x-1|\geq 2 \to x-1\geq 2 \to x\geq 3$ ۲

$x-1\leq -2 \to x\leq -1$

$x=-1 \to a=2 \, , \, 2=b \to a+b=4$

۳. $a-bx-x^2\geq 0 \to x^2+bx-a\leq 0$

۲ چون دامنه [a و b] پس ریشه‌ها a و b

$\to x^2-(a+b)x+ab=0 \quad \begin{cases} \text{I} \to -(a+b)=b & a=-2b \\ \text{II} \to \cancel{a}b=-\cancel{a} \to b=-1 \end{cases}$

$x^2+bx-a=0$

$\text{II} \to a(b+1)=0 \xrightarrow{\text{یا}} a=0$ X (شرایط I $\to -b=b$ X)

$\xrightarrow{\text{یا}} b=-1$ ✓

$\text{I} \to a+b= \to -b=\boxed{1}$

۴. $y=\dfrac{2}{\sqrt{ax^2+bx+c}} \to D_f=(-\infty,2) \to a=0$ ۲

$a=0 \leftarrow$ چون بی‌نهایت دارد پس ضریب $x^2=0$

$bx+c>0 \to bx>-c \xrightarrow{b>0} x>\dfrac{-c}{b}$ X

$\xrightarrow{b<0} x<\dfrac{-c}{b} \to \dfrac{-c}{b}=2 \to c=-2b$

$|b|=-b$

$\to \cancel{3a}+c-3|b| \to -2b-3(-b) \to -2b+3b=\boxed{b}$

Date No

آیلا فیروزنیا

۵. (۲)

الف) $f(x) = \sqrt[3]{\dfrac{1}{|x|-[x]}} \to |x|-[x] \neq 0$ (۱)

$$\begin{array}{c|c} -x-[x] & x-[x] \end{array} \quad (0)$$

$x-[x] \neq 0 \to x \neq [x] \to x \notin \mathbb{W}$

$-x-[x] \neq 0 \to \underline{x \neq -[x]}$

همواره برقرار (برای اعداد کوچکتر از صفر)

$\to \boxed{D_f = \mathbb{R} - \mathbb{W}}$

ب) $f(x) = \sqrt{x}+\sqrt{y} = 9$ (۱)

$\text{I} \to x \geq 0$

$\text{II} \to \sqrt{x} \leq 9 \to x \leq 81$

$D_f = [0, 81]$

۶. (۲)

الف) $f(x) = \sqrt{\log_x^{3x-1}}$ (۱)

$\text{I} \to 3x-1>0 \to 3x>1 \to \underline{x > \frac{1}{3}}$ ۰/۲۵

$\text{II} \to x>0 \to \underline{x \neq 1}$ ۰/۲۵

$\text{III} \to \log_x^{3x-1} \geq 0 \to 3x-1 \geq 1 \to 3x \geq 2 \to \underline{x \geq \frac{2}{3}}$ ۰/۲۵

$\to D_f = [\frac{2}{3}, +\infty) - \{1\}$ ۰/۲۵

$[\frac{1}{3}, \frac{2}{3}] \cup (1, +\infty)$

ب) $f(x) = \log \dfrac{1}{6+\sqrt{|x|}-|x|} \to 6+\sqrt{|x|}-|x| \neq 0$ (۱)

$\underbrace{\sqrt{|x|}}_{\text{همواره مثبت}}$

$\xrightarrow{\sqrt{|x|}=t} -t^2+t+6 \neq 0 \to t^2-t-6 \neq 0 \to (t-3)(t+2) \to t=3 \to \sqrt{|x|}=3$

$t=-2$ غ ق ق

$\to |x| \neq 9 \to \boxed{x \neq \pm 9}$

$\dfrac{1}{6+\sqrt{|x|}-|x|} > 0 \to$

$$\begin{array}{ccccc} & -9 & & +9 & \\ - & \nexists & + & \nexists & - \end{array}$$

$\to D_f = (-9, 9)$

ریشه‌ها ± 9

dotnote

$a=-3$

$$\frac{3x+2}{x+b}+a=\frac{(3+a)x+2+ab}{x+b} \rightarrow \frac{2+ab}{x+b} \quad -2$$

آیلا میرزینا

۱/۷۵

$2 \Leftarrow x+b$

$\Leftrightarrow 2+b=0$

۷. چون بازه دامنه $(\infty+,2)$ است، پس یک ریشه ساده (۲) دارد که چون بازه باز است، باید ریشه‌ی کنج باشد.

$x+b=0 \rightarrow x=2 \rightarrow 2+b=0$

صورت نباید ریشه داشته باشد

$\boxed{b=-2}$

آیلا فیروزنیا

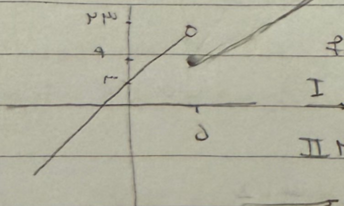
۸. ۲

$$f(x)\begin{cases} 2x-1 & [x]>4 \\ 4x+3 & [x]\leq 4 \end{cases}$$

$y=\sqrt{f(x)-x+1}$, $f(x)-x+1\geq 0$

$[x]>4 \rightarrow x\geq 5$

$[x]\leq 4 \rightarrow x<5$



$f(x)\geq x-1$

$\text{I}\ 4x+3\geq x-1 \rightarrow 3x\geq -4$, $x\geq -\frac{4}{3}$

$\text{II}\ 2x-1\geq x-1 \rightarrow x\geq 0$

$\rightarrow D_f=[-\frac{4}{3},+\infty)$

۹. ۲

$$\frac{24x^3+36x^2+18x+3}{\frac{(\underbrace{4x^2+4x+1}_{(2x+1)^2})^2}{}} = \frac{3(\overbrace{8x^3+12x^2+6x+1}^{\cancel{(2x+1)^3}})}{(2x+1)^4}$$

$\rightarrow \frac{3}{2x+1}$ $\xrightarrow{\text{دامنه}}$ $2x+1\neq 0 \rightarrow 2x\neq -1 \rightarrow x\neq -\frac{1}{2}$

$D_f=\mathbb{R}-\{-\frac{1}{2}\}$

۱۰. ۲

$y=\sqrt{1-\log(2x-a)} \rightarrow 2x-a>0 \rightarrow a<2x \rightarrow x>\underbrace{\frac{a}{2}}_{b}$

$1-\log(2x-a)\geq 0 \rightarrow \log(2x-a)\leq 1 \rightarrow 2x-a\leq 10$

$2x\leq 10+a \rightarrow x\leq \frac{10+a}{2}$ c

$c-b \rightarrow \frac{10+a-a}{2}=5$